

III Curso de Especialización en
Automática

APLICACIONES DE LA VISIÓN ARTIFICIAL

VISUAL SERVOING

17-22 Junio de 2002
Santa Pola (Alicante)

Óscar Reinoso García



Visual Servoing

Índice

- Clasificación de los distintos enfoques. *"visual servoing"*
- Introducción al control sensorial (cámara)
- Sistemas de control visual basados en:
 - Posición (3D)
 - Puntos 3D
 - Pose(posición/orientación)
 - Basado en características de la imagen
 - Puntos 2D
 - Segmentos 2D
 - Otras características
- Implementación
 - Simulaciones
 - Experimentación



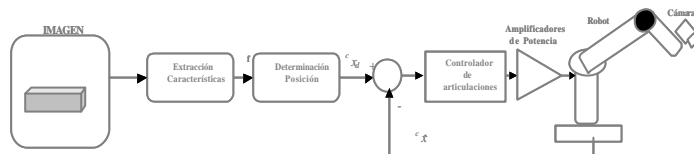
Grupo de
Tecnología Industrial

III Curso de Especialización en Automática

2

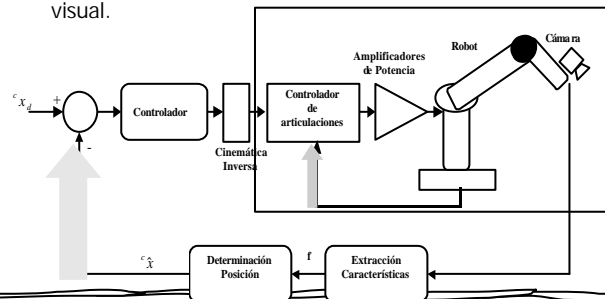
Clasificación

- ☐ Referencias: (Hill & Park 79) (Sanderson & Weiss 80) (Corke 93) (Corke 96)
 - Esquema "mirar y mover" estático (*look and move systems*)
 - Extracción de información de la imagen (Sist. Visión) y el control del robot son dos tareas secuenciales.
 - El robot ejecuta la tarea suponiendo que el entorno no se ha modificado ("*a ciegas*")
 - Primeras aplicaciones recogidas en el trabajo de Corke (93) "*Visual control of Robot Manipulators*"



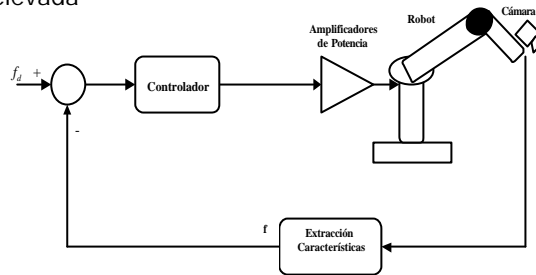
Clasificación

- "Mirar y mover" dinámico (*Dynamic look and move systems*)
 - El robot puede encontrarse aún en movimiento mientras la siguiente imagen está siendo capturada.
 - Bucle interno de control de los servomotores (frecuencia elevada)
 - Actualización de los datos del sist. de visión (frec. menor) Bifrecuenciales
 - La mayoría de las implementaciones en el campo del control visual.



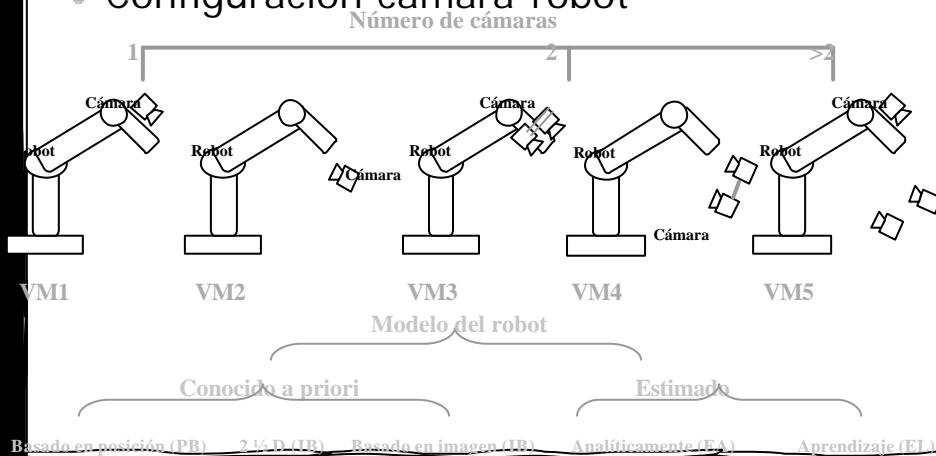
Clasificación

- Servo control visual directo (*Direct visual servo systems*)
 - Desaparición del lazo de control interno del robot
 - Procesamiento de la imagen a una frecuencia muy elevada



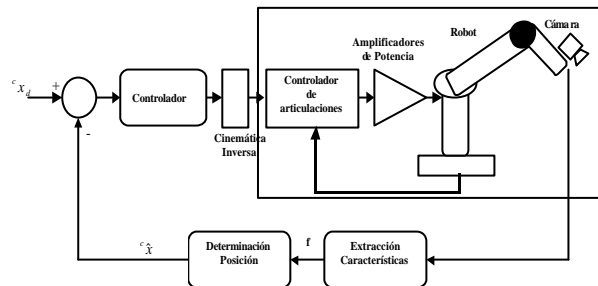
Clasificación

Configuración cámara-robot



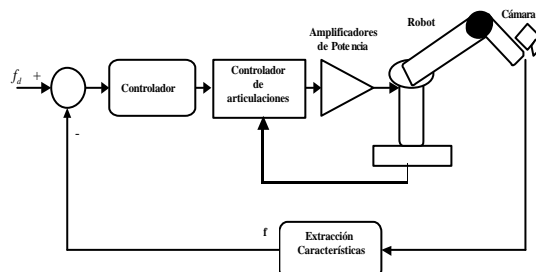
Clasificación

- Según el modo en que son utilizadas las características de interés extraídas de las imágenes. Sistemas de control visual basados en:
- Posición (3D) (*Position-based visual servo systems*)
 - (u,v) -> estimar la posición/orientación del objeto respecto del sistema de coordenadas de la cámara, robot, mundo
 - Requiere información adicional: modelo geométrico del objeto,
 - Espacio cartesiano, referencia posición/orientación deseada



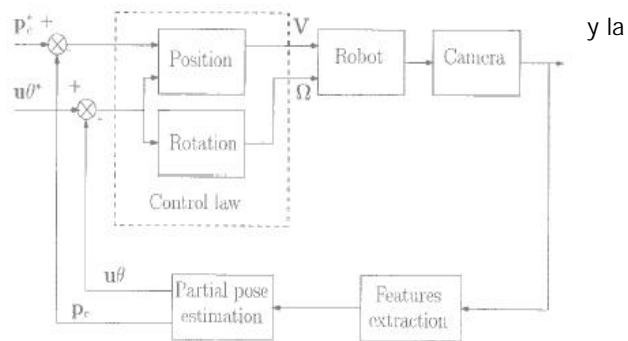
Clasificación

- Características de la imagen (2D) (*Image-based visual servo systems*)
 - (u,v) se usan directamente para estimar el movimiento deseado del robot
 - Referencia (u_d, v_d). No estimación de pose del objeto
 - Diseño del controlador más complejo



Clasificación

- 2 ½ D
 - Una combinación de las dos aproximaciones anteriores (3D y 2D)



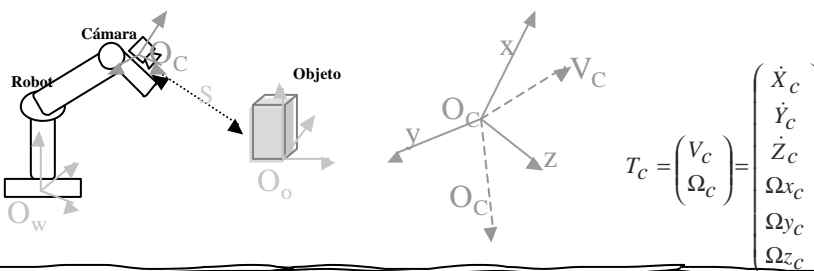
Visual Servoing

- Clasificación de los distintos enfoques. "visual servoing"
- Introducción al control sensorial (cámara)
- Sistemas de control visual basados en:
 - Posición (3D)
 - Puntos 3D
 - Pose(posición/orientación)
 - Basado en características de la imagen
 - Puntos 2D
 - Segmentos 2D
 - Otras características
- Implementación
 - Simulaciones
 - Experimentación



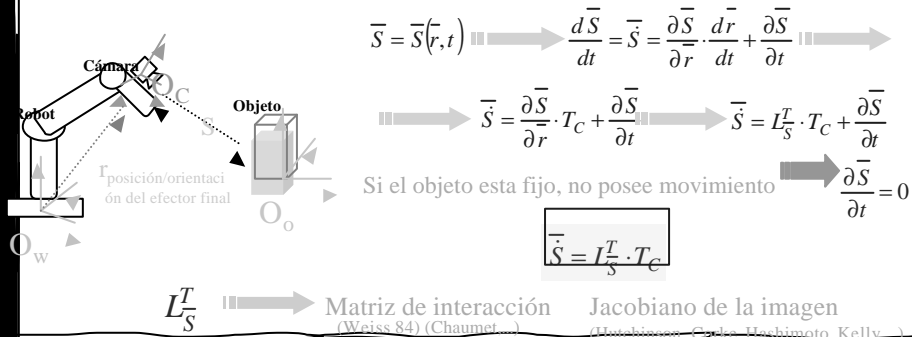
Introducción al control sensorial

- ☞ S representa la medida actual del sensor.
(características visuales en el caso de un cámara)
- ☞ O_c Representa el sistema de coordenadas del sensor (cámara)
- ☞ O_o Representa el sistema de coordenadas del objeto
- ☞ O_w Representa el sistema de coordenadas del mundo



Introducción al control sensorial

- ☞ Interacción
 - Relación mediante la cual un cambio en la posición y orientación del objeto respecto de la cámara induce un cambio en las características observadas en la imagen



Introducción al control sensorial

☛ \bar{r} en función de coordenadas articulares

$$\bar{S} = \bar{S}(\bar{r}(\bar{q}, t), t) \implies \frac{d\bar{S}}{dt} = \dot{\bar{S}} = \frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{r}} \cdot \frac{\partial \bar{r}}{\partial \bar{q}} \cdot \frac{d\bar{q}}{dt} + \cancel{\frac{\partial \bar{S}}{\partial t}}$$

\downarrow L_S^T \downarrow $J(\bar{q})$ \downarrow $\dot{\bar{q}}$

Si el objeto esta fijo, no posee movimiento

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial t} = 0$$

$$\dot{\bar{S}} = L_S^T \cdot J(\bar{q}) \cdot \dot{\bar{q}}$$

un cambio en las coordenadas articulares del robot induce un cambio en las características del objeto observadas en la imagen



Introducción al control sensorial

☛ Control de robots en el espacio de la tarea (task function approach) (*Samson "Robot Control: Task Function Approach"*)

- * La tarea a realizar por un sistema robótico vendrá dada por una función de salida y un objetivo de control
 - En general una función de salida que se utiliza para describir la tarea, será una función de error
 - * En el espacio articular $e(q,t) = q_d(t) - q(t)$. Coord. Cartesianas $r_d(t) - r(q)$
 - El objetivo del control será la regulación de la señal de salida e para que un intervalo de tiempo sea cero.
- * Formulación, condiciones de estabilidad,

☛ "visual servoing task" (*Chaumet et al. 1991*)

$$e(r,t) = C \cdot (\bar{S}(\bar{r}, t) - \bar{S}_d)$$

$$n = \dim(\bar{q}) \quad m = \dim(\bar{e}) \quad k = \dim(\bar{s}) \quad m \times 1 \quad m \times k \quad k \times 1$$

- * Eligiendo S convenientemente de forma que los m componentes de e sean independientes -> permitira controlar m gdl



Introducción al control sensorial

- Con esta formulación el problema se reduce a un problema de regulación donde $e(r,t) = 0$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\bar{e}}(r,t) &= C \cdot (\bar{S}(r,t) - \bar{S}_d) \\ \dot{\bar{e}}(r,t) &= C \cdot \dot{\bar{S}}(r,t) \\ \dot{\bar{S}} &= L_S^T \cdot T_C + \frac{\partial \bar{S}}{\partial t} \\ \frac{\partial \bar{S}}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \right\} \dot{\bar{S}} = L_S^T \cdot T_C$$

$$-I \cdot C \cdot (\bar{S}(r,t) - \bar{S}_d) = C \cdot L_S^T \cdot T_C$$

$$T_C = -I \cdot (C \cdot L_S^T)^+ \cdot C \cdot (\bar{S}(r,t) - \bar{S}_d)$$

Convergencia exponencial $C \cdot L_S^T > 0 \Rightarrow C = (L_S^T)^+$

$$T_C = -I \cdot L_S^{T+} \cdot (\bar{S}(r,t) - \bar{S}_d)$$

Ley de Control



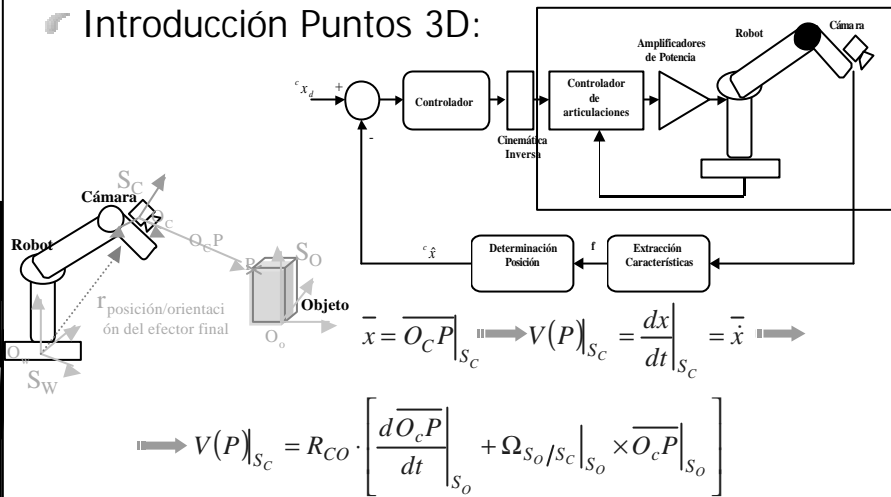
Visual Servoing

- Clasificación de los distintos enfoques. "visual servoing"
- Introducción al control sensorial (cámara)
- Sistemas de control visual basados en:
 - Posición (3D)
 - Puntos 3D
 - Pose(posición/orientación)
 - Basado en características de la imagen
 - Puntos 2D
 - Segmentos 2D
 - Otras características
- Implementación
 - Simulaciones
 - Experimentación

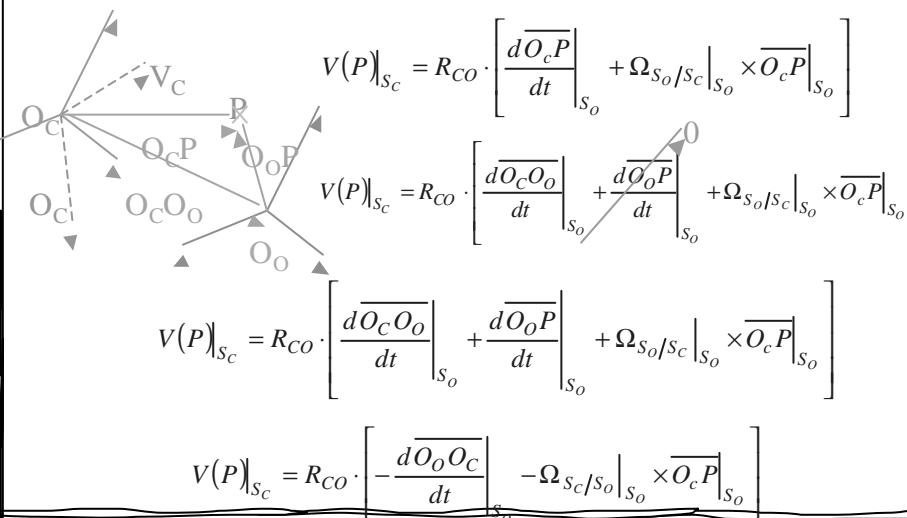


Basados en Posición

Introducción Puntos 3D:



Basados en Posición



Basados en Posición

$$V(P)|_{S_c} = R_{CO} \cdot \left[-\frac{d\overline{O_oO_c}}{dt} \Big|_{S_o} - \Omega_{S_c/S_o} \Big|_{S_o} \times \overline{O_cP} \Big|_{S_o} \right] = \underbrace{-R_{CO} \cdot \frac{d\overline{O_oO_c}}{dt} \Big|_{S_o}}_{-V_C} - \underbrace{R_{CO} \cdot \left(\Omega_{S_c/S_o} \Big|_{S_o} \times \overline{O_cP} \Big|_{S_o} \right)}_{-\Omega_C \times \overline{O_cP}}$$

$$[V_1]^\wedge = \begin{bmatrix} 0 & -V_{1z} & V_{1y} \\ V_{1z} & 0 & -V_{1x} \\ -V_{1y} & V_{1x} & 0 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} R_{CO} \cdot \left[\Omega_{S_c/S_o} \Big|_{S_o} \times \overline{O_cP} \Big|_{S_o} \right] = R_{CO} \cdot \left[\Omega_{S_c/S_o} \Big|_{S_o} \right]^\wedge \cdot \overline{O_cP} \Big|_{S_o} = \\ = R_{CO} \cdot \left[R_{CO}^T \cdot \Omega_{S_c/S_o} \Big|_{S_c} \right]^\wedge \cdot \overline{O_cP} \Big|_{S_o} = \\ = R_{CO} \cdot R_{CO}^T \cdot \left[\Omega_{S_c/S_o} \Big|_{S_c} \right]^\wedge \cdot R_{CO} \cdot \overline{O_cP} \Big|_{S_o} = \\ = \left[\Omega_{S_c/S_o} \Big|_{S_c} \right]^\wedge \cdot \overline{O_cP} \Big|_{S_c} = [\Omega_C]^\wedge \cdot \overline{O_cP} \Big|_{S_c} \end{array} \right.$$

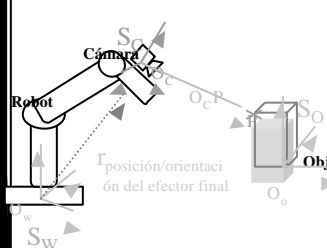
$$V_1 \times A = [V_1]^\wedge \cdot A$$

$$V_1 = R_{10}^T \cdot V_0$$

$$[V_1]^\wedge = [R_{10}^T \cdot V_0]^\wedge =$$

$$= R_{10}^T \cdot [V_0]^\wedge \cdot R_{10}$$

Basados en Posición



$$\bar{x} = \overline{O_cP} \Big|_{S_c}$$

$$V(P)|_{S_c} = \frac{dx}{dt} \Big|_{S_c} = \dot{\bar{x}} \left\{ \begin{array}{l} \dot{\bar{x}} = -V_C - \Omega_C \times \bar{x} \\ \dot{\bar{x}} = -V_C + [\bar{x}]^\wedge \cdot \Omega_C \end{array} \right.$$

$$V(P)|_{S_c} = -V_C - \Omega_C \times \overline{O_cP}$$

$$\dot{\bar{x}} = \begin{bmatrix} -I_{3 \times 3} & [\bar{x}]^\wedge \\ & \Omega_C \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_C \\ \Omega_C \end{pmatrix}$$

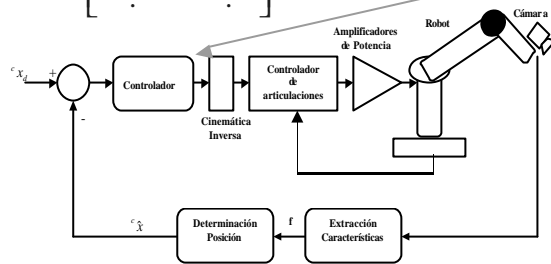
$$\dot{\bar{x}} = L_x^T \cdot T_C$$

$$L_x^T = \begin{bmatrix} -I_{3 \times 3} & [\bar{x}]^\wedge \end{bmatrix}$$

Basados en Posición

$$S_i = \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix}_{S_c} \Rightarrow \bar{S}_i = \underbrace{\begin{bmatrix} -I_{3 \times 3} & [p_i]^\wedge \end{bmatrix}}_{L_{\bar{S}}} \cdot T_c \quad L_{\bar{S}}^+ = (L_{\bar{S}}^T \cdot L_{\bar{S}})^{-1} \cdot L_{\bar{S}}$$

$$L_{\bar{S}} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ -I_{3 \times 3} & [p_i]^\wedge \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix} \iff T_c = -I \cdot L_{\bar{S}}^+ \cdot (\bar{S} - \bar{S}_d)$$



Índice

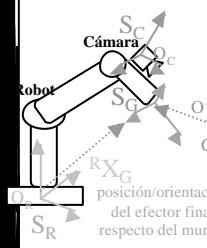
- Clasificación de los distintos enfoques. "visual servoing"
- Introducción al control sensorial (cámara)
- Sistemas de control visual basados en:
 - Posición (3D)
 - Puntos 3D
 - Pose(posición/orientación)
 - Basado en características de la imagen
 - Puntos 2D
 - Segmentos 2D
 - Otras características
- Implementación
 - Simulaciones
 - Experimentación



Basados en Posición

Pose (Posición y orientación)

- Mantener una pose (posición/orientación) entre el objeto
- Otra



$${}^R X_G^* \Rightarrow \begin{cases} R t_G^* \\ R q_G^* \end{cases} \quad {}^R X_G^* \Rightarrow$$

Calibración cámara-robot ${}^R X_G^* = {}^R X_C \cdot {}^C X_O \cdot {}^O X_G^*$ Dato. Pose deseada Estimar el sistema de visión

Basados en Posición

● Cálculo de ${}^R t_G^*$

$$T = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & t_{3 \times 1} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow T = [t_x \quad t_y \quad t_z \quad f \quad j \quad g]^T \Rightarrow {}^R p_G^* = {}^R T_C \cdot {}^C T_O \cdot {}^O p_G^*$$

$${}^O p_G^* = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} {}^O t_G^* \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} {}^R t_G^* \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^R R_C & {}^R t_C \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^C R_O & {}^C t_O \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^O t_G^* \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} {}^R R_C & {}^R t_C \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^C R_O \cdot {}^O t_G^* + {}^C t_O \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} {}^R R_C \cdot {}^C R_O \cdot {}^O t_G^* + {}^R R_C \cdot {}^C t_O + {}^R t_C \\ 1 \end{bmatrix}$$

Basados en Posición

$${}^R t_G^* = {}^R R_C \cdot {}^C R_O \cdot {}^O t_G^* + {}^R R_C \cdot {}^C t_O + {}^R t_C \quad \text{Cinemática directa}$$

Siendo

$${}^R t_G - {}^R t_G^* = {}^R t_G - {}^R R_C \cdot {}^C R_O \cdot {}^O t_G^* - {}^R R_C \cdot {}^C t_O - {}^R t_C$$

- ${}^R R_C$ • Rotación entre S_C y S_R . Estimada por calibración
- ${}^C R_O$ • Estimarla a partir del sistema de visión (modelo del objeto)
- ${}^O t_G^*$ • Distancia entre el extremo de la pinza y el objeto -> Deseada
- ${}^C t_O$ • Distancia objeto-cámara hay que estimarla (modelo del objeto)
- ${}^R t_C$ • Distancia cámara-robot. Estimada por calibración



Basados en Posición

• Cálculo de ${}^R \mathbf{q}_G^*$

$$\begin{aligned} {}^R \Omega_G^* &= {}^R R_C \cdot {}^C \Omega_G^* + {}^R \Omega_C = {}^R R_C \cdot ({}^C R_O \cdot {}^O \Omega_G^* + {}^C \Omega_O) + {}^R \Omega_C = \\ &= {}^R R_C \cdot {}^C R_O \cdot {}^O \Omega_G^* + {}^R R_C \cdot {}^C \Omega_O + {}^R \Omega_C \end{aligned}$$

• Integrando

$${}^R \mathbf{q}_G^* \approx {}^R R_C \cdot {}^C R_O \cdot {}^O \mathbf{q}_G^* + {}^R R_C \cdot {}^C \mathbf{q}_O + {}^R \mathbf{q}_C$$

$${}^R \mathbf{q}_G - {}^R \mathbf{q}_G^* \approx {}^R \mathbf{q}_G - {}^R R_C \cdot {}^C R_O \cdot {}^O \mathbf{q}_G^* - {}^R R_C \cdot {}^C \mathbf{q}_O - {}^R \mathbf{q}_C$$

• Ley de control $\dot{\bar{\mathbf{q}}} = K \cdot \bar{\mathbf{e}}$



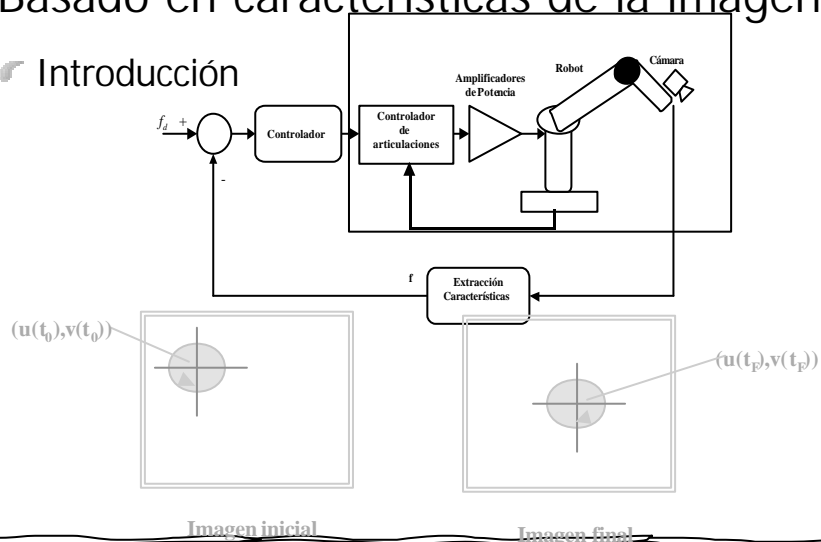
Visual Servoing

- Clasificación de los distintos enfoques. "visual servoing"
- Introducción al control sensorial (cámara)
- Sistemas de control visual basados en:
 - Posición (3D)
 - Puntos 3D
 - Pose(posición/orientación)
 - Basado en características de la imagen
 - Puntos 2D
 - Segmentos 2D
 - Otras características
- Implementación
 - Simulaciones
 - Experimentación



Basado en características de la imagen

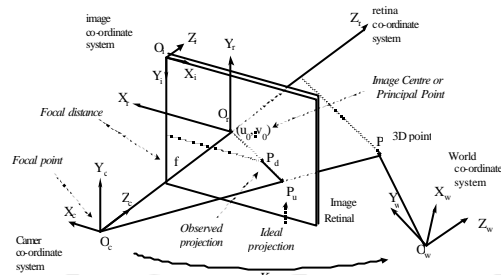
Introducción



Basado en características de la imagen

Parámetros intrínsecos

$$B = \begin{bmatrix} f \cdot k_x & 0 & C_x \\ 0 & f \cdot k_y & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow P_i = \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} \Rightarrow p_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{s}_i = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix}$$



Basado en características de la imagen

Calculo de la matriz de interacción (jacobiano de la imagen)

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_u & 0 \\ 0 & F_v \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{v}_i \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix}$$

$$\frac{d\bar{s}_i}{dt} = \frac{\partial p_i}{\partial P_i} \cdot \frac{dP_i}{dt} = \frac{\partial p_i}{\partial P_i} \cdot \frac{\partial P_i}{\partial r} \cdot \frac{dr}{dt} = \frac{\partial p_i}{\partial P_i} \cdot L_{P_i}^T \cdot T \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & -Z_i & Y_i \\ 0 & -1 & 0 & Z_i & 0 & -X_i \\ 0 & 0 & -1 & -Y_i & X_i & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_i \\ 0 & 1 & -y_i \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{X}_i \\ \dot{Y}_i \\ \dot{Z}_i \end{bmatrix} \quad \frac{dP_i}{dt} = -V_c - \Omega_c \times \overline{O_c P}$$

Velocidad de un punto respecto de un sistema de referencia móvil

Basado en características de la imagen

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_i} & 0 & -\frac{x_i}{Z_i} \\ 0 & \frac{1}{Z_i} & -\frac{y_i}{Z_i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & -Z_i & Y_i \\ 0 & -1 & 0 & Z_i & 0 & -X_i \\ 0 & 0 & -1 & -Y_i & X_i & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{v}_i \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_i} & 0 & -\frac{x_i}{Z_i} \\ 0 & \frac{1}{Z_i} & -\frac{y_i}{Z_i} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & -Z_i & Y_i \\ 0 & -1 & 0 & Z_i & 0 & -X_i \\ 0 & 0 & -1 & -Y_i & X_i & 0 \end{bmatrix} \cdot T$$

$$L_{\bar{S}_i}(\bar{S}_i, Z_i, A) = A \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{Z_i} & 0 & \frac{x_i}{Z_i} & x_i \cdot y_i & -1 - x_i^2 & y_i \\ 0 & -\frac{1}{Z_i} & \frac{y_i}{Z_i} & 1 + y_i^2 & -x_i \cdot y_i & -x_i \end{bmatrix}$$



Basado en características de la imagen

☛ Cálculo de la matriz de interacción:

Un conjunto de puntos

$$L_{\bar{S}_i}^T(\bar{S}_i, Z_i, A) \quad \text{En cada iteración se calcula } Z_i \quad L_{\bar{S}_i}^T = \left(\begin{array}{ccc} \cdot & \cdot & L_{\bar{S}_i} \end{array} \right)^T$$

$$L_{\bar{S}_i}^T(\bar{S}_i, Z_i^*, A) \quad \text{En cada iteración se calcula } Z_i = Z_i^*$$

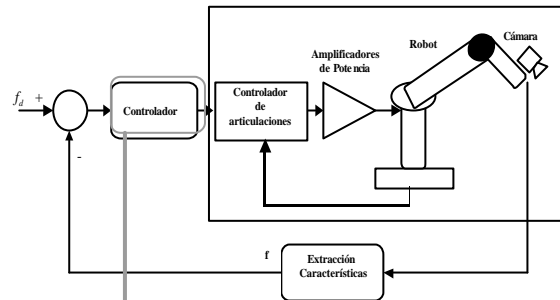
$$L_{\bar{S}_i}^T(\bar{S}_i^*, Z_i^*, A) \quad \text{En el equilibrio } Z_i = Z_i^* \text{ y } S_i = S_i^*$$

Rango de la matriz de interacción es 2 \rightarrow sólo 2 gdl mediante un punto característico

$$T_C = -I \cdot L_S^{T+} \cdot (\bar{S}(t) - \bar{S}_d) \quad \text{Ley de Control}$$



Basado en características de la imagen



$$\begin{cases} T_C = -I \cdot L_S^{T+} \cdot (\bar{S}(t) - \bar{S}_d) \\ T_C = R_W^C \cdot J \cdot \dot{q} \end{cases} \Rightarrow \dot{q} = (R_W^C \cdot J)^{-1} \cdot T_C$$



Índice

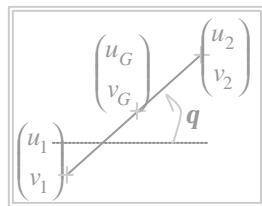
- Clasificación de los distintos enfoques. "visual servoing"
- Introducción al control sensorial (cámara)
- Sistemas de control visual basados en:
 - Posición (3D)
 - Puntos 3D
 - Pose(posición/orientación)
 - Basado en características de la imagen
 - Puntos 2D
 - Segmentos 2D
 - Otras características
- Implementación
 - Simulaciones
 - Experimentación



Basado en características de la imagen

☛ Segmentos 2D (Martinet 2001...)

- 2 puntos $\bar{S} = (\bar{S}_1, \bar{S}_2)^T \Rightarrow \begin{cases} \bar{S}_1 = \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \end{pmatrix} \\ \bar{S}_2 = \begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \end{pmatrix} \end{cases}$
- 1 segmento (centro, longitud y orientación) $\bar{S}_G = (U_G \quad V_G \quad L \quad q)^T$



$$u_G = \frac{u_1 + u_2}{2} \quad v_G = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$L = \sqrt{(u_2 - u_1)^2 + (v_2 - v_1)^2}$$

$$q = \arctan(v_2 - v_1, u_2 - u_1)$$

Plano de la Imagen



Basado en características de la imagen

☛ Cálculo de la matriz de interacción (jacobiano de la imagen) para 2 puntos:

$$\bar{S} = (\bar{S}_1, \bar{S}_2)^T \Rightarrow \begin{cases} \bar{S}_1 = \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \end{pmatrix} \\ \bar{S}_2 = \begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \end{pmatrix} \end{cases} \quad P_i = \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} \Rightarrow p_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{s}_i = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix}$$

$$L_{\bar{S}_i}^T = \left(\begin{array}{ccc} \cdot & \cdot & \cdot \end{array} \right)^T \quad \text{Anteriormente Un conjunto de puntos}$$

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_i \\ Z_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} \Rightarrow L_{\bar{S}} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{-1}{Z_1} & 0 & \frac{x_1}{Z_1} & x_1 \cdot y_1 & -1 - x_1^2 & y_1 \\ 0 & \frac{-1}{Z_1} & \frac{y_1}{Z_1} & 1 + y_1^2 & -x_1 \cdot y_1 & -x_1 \\ \frac{-1}{Z_2} & 0 & \frac{x_2}{Z_2} & x_2 \cdot y_2 & -1 - x_2^2 & y_2 \\ 0 & \frac{-1}{Z_2} & \frac{y_2}{Z_2} & 1 + y_2^2 & -x_2 \cdot y_2 & -x_2 \end{bmatrix}$$



Basado en características de la imagen

▣ Cálculo de la matriz de interacción (jacobiano de la imagen) para segmento (centro, longitud, orientación):

$$\bar{S}_G = (U_G \quad V_G \quad L \quad \mathbf{q})^T$$

↓

$$\frac{d\bar{S}_G}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{U}_G \\ \dot{V}_G \\ \dot{L} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{pmatrix} = \frac{\partial \bar{S}_G}{\partial \bar{S}} \cdot \frac{d\bar{S}}{dt} = \frac{\partial \bar{S}_G}{\partial \bar{S}} \cdot \frac{\partial \bar{S}}{\partial r} \cdot \frac{dr}{dt} = \frac{\partial \bar{S}_G}{\partial \bar{S}} \cdot L^T \cdot T = \frac{\partial \bar{S}_G}{\partial \bar{S}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial U_G}{\partial \bar{S}} \\ \frac{\partial V_G}{\partial \bar{S}} \\ \frac{\partial L}{\partial \bar{S}} \\ \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \bar{S}} \end{pmatrix}$$

Plano de la Imagen

$$u_G = \frac{u_1 + u_2}{2} \quad v_G = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$L = \sqrt{(u_2 - u_1)^2 + (v_2 - v_1)^2}$$

$$\mathbf{q} = \arctan(v_2 - v_1, u_2 - u_1)$$

Basado en características de la imagen

$$\frac{\partial \bar{S}_G}{\partial \bar{S}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial U_G}{\partial \bar{S}} \\ \frac{\partial V_G}{\partial \bar{S}} \\ \frac{\partial L}{\partial \bar{S}} \\ \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \bar{S}} \end{pmatrix} \quad \bar{S} = \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial U_G}{\partial \bar{S}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \quad \frac{\partial V_G}{\partial \bar{S}} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\Delta U = u_2 - u_1 \quad \Delta V = v_2 - v_1$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{L} \cdot 2 \cdot (u_1 - u_2) = -\frac{\Delta U}{L}$$

$$\frac{\partial L}{\partial v_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{L} \cdot 2 \cdot (v_1 - v_2) = -\frac{\Delta V}{L}$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_2} = \frac{\Delta U}{L} \quad \frac{\partial L}{\partial v_2} = \frac{\Delta V}{L}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \bar{S}} = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta U}{L} & -\frac{\Delta V}{L} & \frac{\Delta U}{L} & \frac{\Delta V}{L} \end{pmatrix}$$

$$u_G = \frac{u_1 + u_2}{2} \quad v_G = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$$L = \sqrt{(u_2 - u_1)^2 + (v_2 - v_1)^2}$$

$$\mathbf{q} = \arctan(v_2 - v_1, u_2 - u_1)$$

$$\mathbf{q} = \arctan(\Delta V, \Delta U) \Rightarrow \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \bar{S}} = \frac{\partial}{\partial \bar{S}} [\arctan(\Delta V, \Delta U)] =$$

$$= \frac{1}{1 + \left(\frac{\Delta V}{\Delta U}\right)^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \bar{S}} \left[\frac{\Delta V}{\Delta U} \right] \quad \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \bar{S}} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta V}{L^2} & -\frac{\Delta U}{L^2} & -\frac{\Delta V}{L^2} & \frac{\Delta U}{L^2} \end{pmatrix}$$

Basado en características de la imagen

$$\frac{d\bar{S}_G}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{U}_G \\ \dot{V}_G \\ \dot{L} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{pmatrix} = \frac{\partial \bar{S}_G}{\partial \bar{S}} \cdot \frac{d\bar{S}}{dt} = \frac{\partial \bar{S}_G}{\partial \bar{S}} \cdot \frac{\partial \bar{S}}{\partial r} \cdot \frac{dr}{dt} = \frac{\partial \bar{S}_G}{\partial \bar{S}} \cdot L_{S_G}^T \cdot T$$

$$\frac{\partial \bar{S}_G}{\partial \bar{S}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial U_G}{\partial S} \\ \frac{\partial V_G}{\partial S} \\ \frac{\partial L}{\partial S} \\ \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial S} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ -\frac{\Delta U}{L} & -\frac{\Delta V}{L} & \frac{\Delta U}{L} & \frac{\Delta V}{L} \\ \frac{\Delta V}{L^2} & -\frac{\Delta U}{L^2} & -\frac{\Delta V}{L^2} & \frac{\Delta U}{L^2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{Z_1} & 0 & \frac{x_1}{Z_1} & x_1 \cdot y_1 & -1-x_1^2 & y_1 \\ 0 & -\frac{1}{Z_1} & \frac{y_1}{Z_1} & 1+y_1^2 & -x_1 \cdot y_1 & -x_1 \\ -\frac{1}{Z_2} & 0 & \frac{x_2}{Z_2} & x_2 \cdot y_2 & -1-x_2^2 & y_2 \\ 0 & -\frac{1}{Z_2} & \frac{y_2}{Z_2} & 1+y_2^2 & -x_2 \cdot y_2 & -x_2 \end{bmatrix}$$

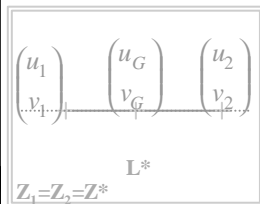


Basado en características de la imagen

☞ Rango de $L_{S_G}^-$ o $L_{S_G}^- \rightarrow 4$ luego sólo 4 gdl pueden ser controlados mediante un segmento

☞ Ejemplo:

- Centrado



Plano de la Imagen

$$\bar{S}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ L^* \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow L_{S_G}^T =$$

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{Z_1} & 0 & \frac{x_1}{Z_1} & x_1 \cdot y_1 & -1-x_1^2 & y_1 \\ 0 & -\frac{1}{Z_1} & \frac{y_1}{Z_1} & 1+y_1^2 & -x_1 \cdot y_1 & -x_1 \\ -\frac{1}{Z_2} & 0 & \frac{x_2}{Z_2} & x_2 \cdot y_2 & -1-x_2^2 & y_2 \\ 0 & -\frac{1}{Z_2} & \frac{y_2}{Z_2} & 1+y_2^2 & -x_2 \cdot y_2 & -x_2 \end{bmatrix}$$



Basado en características de la imagen

• Otras características

- Líneas 2D
- Elipses
- Etc....



Índice

- Clasificación de los distintos enfoques. "visual servoing"
- Introducción al control sensorial (cámara)
- Sistemas de control visual basados en:
 - Posición (3D)
 - Puntos 3D
 - Pose(posición/orientación)
 - Basado en características de la imagen
 - Puntos 2D
 - Segmentos 2D
 - Otras características
- Implementación
 - Simulaciones
 - Experimentación



