

VISIÓN 3D

POSE Monocular

Homografía entre Planos



Ingeniería de Sistemas y Automática

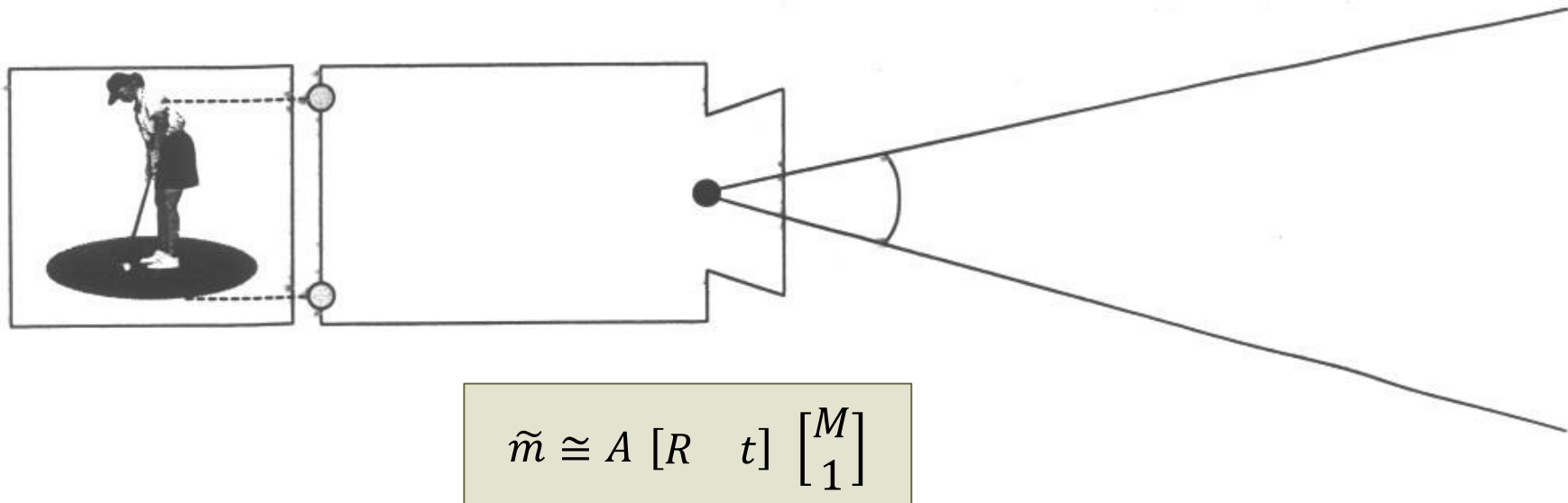
Universidad Miguel Hernández

Tabla de Contenidos

- POSE monocular
- Homografía entre planos proyectivos

Estimación con una sola Imagen

- Objetivos
 - Hasta que punto podemos obtener información de la ubicación de objetos en la escena a partir de una sola vista.
 - Una cámara mide ángulos, no distancias
- Opciones:
 - Cámara Calibrada
 - Cámara NO calibrada



Estimación de 'Pose'

- Definición:
 - **'Pose'** (posición y orientación) de un objeto a partir de:
 - Conocimiento de la estructura del objeto (ej. Distancias entre marcas en el objeto)
 - Una imagen tomada con cámara calibrada en la que se puedan identificar las marcas
- Existen muchos algoritmos en función la representación de la orientación y de la estructura del objeto.

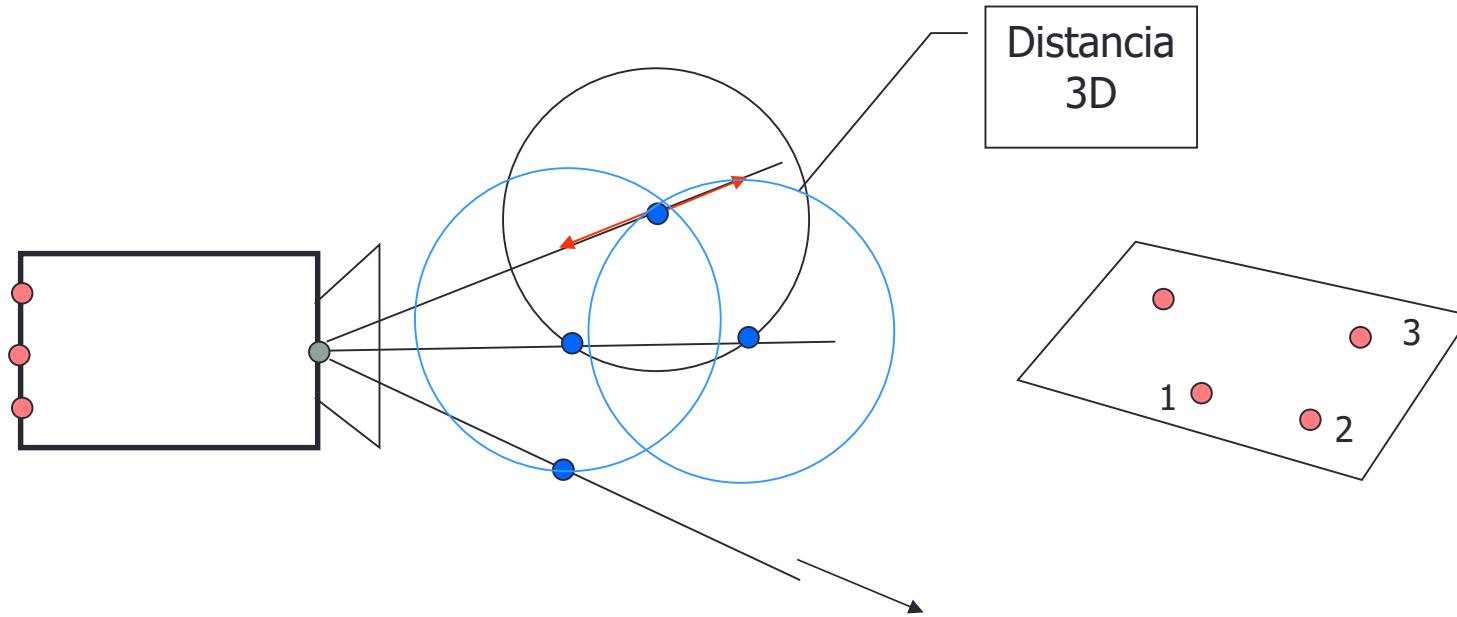
Estimación de 'Pose'

- Estimación de '**Pose**' de un objeto mediante marcas:
 - Conocemos la matriz de parámetros intrínsecos $\mathbf{A}$ ($[\mathbf{R}, \mathbf{t}]$ permiten fijar referencias absolutas)
 - 6 gdl (3 posición, 3 orientación)
 - Cada marca proporciona dos restricciones
- Se precisan al menos 3 marcas (las distancias entre ellas)



Estimación de 'Pose': 3 puntos en un plano

- 3 puntos en un plano



Centro Óptico

$$\tilde{m} \cong A \begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{C} \cong \begin{bmatrix} -R^T t \\ 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dirección: punto infinito

$$\tilde{M}_\infty \cong \begin{bmatrix} R^T A^{-1} \tilde{m} \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$\tilde{m} \cong A \begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_\infty \\ 0 \end{bmatrix}$$

Estimación de 'Pose': 3 puntos en un plano

- Solución analítica:
 - Ecuación de las rectas proyección:

$$\tilde{Q}_i \cong \begin{bmatrix} -R^T t \\ 1 \end{bmatrix} + \lambda_i \begin{bmatrix} R^T A^{-1} \tilde{m}_i \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R^T t + \lambda_i R^T A^{-1} \tilde{m}_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} d_{12}^2 &= \|\lambda_1 R^T A^{-1} \tilde{m}_1 - \lambda_2 R^T A^{-1} \tilde{m}_2\|^2 \\ d_{13}^2 &= \|\lambda_1 R^T A^{-1} \tilde{m}_1 - \lambda_3 R^T A^{-1} \tilde{m}_3\|^2 \\ d_{23}^2 &= \|\lambda_2 R^T A^{-1} \tilde{m}_2 - \lambda_3 R^T A^{-1} \tilde{m}_3\|^2 \end{aligned}$$

- 3 ecuaciones cuadráticas con tres incógnitas $2^3=8$ soluciones si las proyecciones son no coplanares (el plano no pasa por el centro óptico). 4 por delante de la cámara
 - Solución única: Utilizar un 4º punto

Perspective-n-Point (PnP): Homografía de un plano

- Cálculo de la pose a partir de un conjunto de correspondencias 2D-3D en un plano (método lineal):

$$\tilde{m} \cong A[R \quad t]\tilde{M} = \tilde{P} \tilde{M} \quad \text{Si } \tilde{M} \cong \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \Pi \Rightarrow \tilde{m} \cong A \cdot \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$\bar{\mathbf{r}}_1 \quad \bar{\mathbf{r}}_2 \quad \bar{\mathbf{t}} \quad \bar{\mathbf{r}}_3$

$$\begin{bmatrix} \rho \cdot u \\ \rho \cdot v \\ \rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} (h_{31}X + h_{32}Y + h_{33}) \cdot u &= h_{11}X + h_{12}Y + h_{13} \\ (h_{31}X + h_{32}Y + h_{33}) \cdot v &= h_{21}X + h_{22}Y + h_{23} \end{aligned}$$

$= \bar{\mathbf{r}}_1 \times \bar{\mathbf{r}}_2$

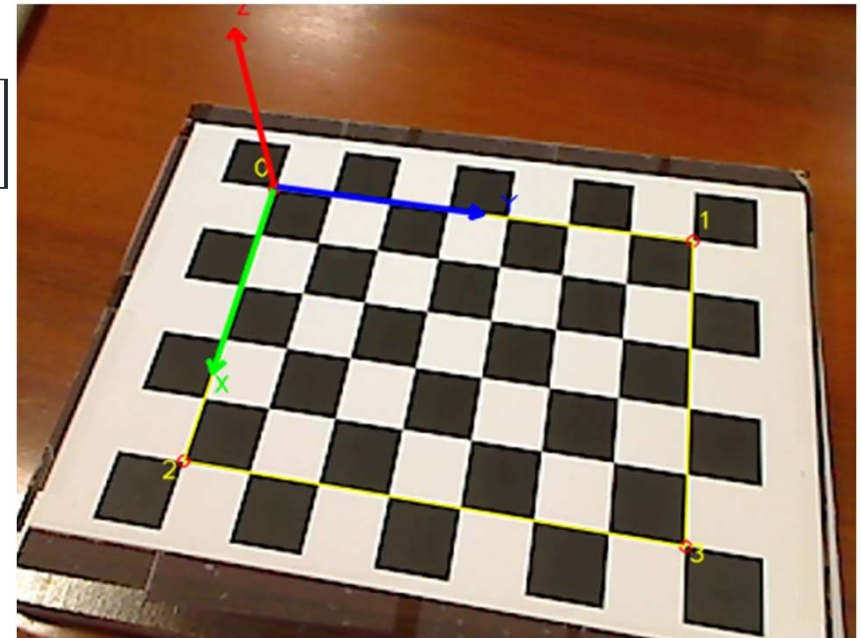
Hacen falta al menos 4 puntos:

$$\mathbf{A}_{xy} = \begin{bmatrix} -X^{(1)} & -Y^{(1)} & -1 & 0 & 0 & 0 & X^{(1)}u^{(1)} & Y^{(1)}u^{(1)} & u^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 & -X^{(1)} & -Y^{(1)} & -1 & X^{(1)}v^{(1)} & Y^{(1)}v^{(1)} & v^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{h} = [h_{11}, h_{12}, h_{13}, h_{21}, h_{22}, h_{23}, h_{31}, h_{32}, h_{33}]^T$$

$$\mathbf{A}_{xy} \cdot \mathbf{h} = 0 \quad \min_{\mathbf{h}} \left[(\mathbf{A}_{xy} \mathbf{h})^2 \right]$$

$$SVD(\mathbf{A}_{xy}) \rightarrow \mathbf{A}_{xy} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^T \Rightarrow \mathbf{h} = \mathbf{v}_9$$



Perspective-n-Point (PnP): Homografía de un plano

- Cálculo de la homografía:

- Solución no Homogénea (Euclídea): asumimos $(h_{33} \neq 0)$ $H = \lambda A[\bar{\mathbf{r}}_1 \quad \bar{\mathbf{r}}_2 \quad \bar{\mathbf{t}}]$

$$\begin{bmatrix} \rho \cdot u \\ \rho \cdot v \\ \rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}/h_{33} & h_{12}/h_{33} & h_{13}/h_{33} \\ h_{21}/h_{33} & h_{22}/h_{33} & h_{23}/h_{33} \\ h_{31}/h_{33} & h_{32}/h_{33} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \quad h_{33} \cong t_z \quad \text{Distancia entre los planos}$$

$$\begin{bmatrix} \rho \cdot u \\ \rho \cdot v \\ \rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h'_{11} & h'_{12} & h'_{13} \\ h'_{21} & h'_{22} & h'_{23} \\ h'_{31} & h'_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} (h'_{31}X + h'_{32}Y + 1) \cdot u &= h'_{11}X + h'_{12}Y + h'_{13} \\ (h'_{31}X + h'_{32}Y + 1) \cdot v &= h'_{21}X + h'_{22}Y + h'_{23} \end{aligned}$$

$$\mathbf{A}_{xy} = \begin{bmatrix} -x^{(1)} & -y^{(1)} & -1 & 0 & 0 & 0 & x^{(1)}x'^{(1)} & y^{(1)}x'^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 & -x^{(1)} & -y^{(1)} & -1 & x^{(1)}y'^{(1)} & y^{(1)}y'^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -u^{(1)} \\ -v^{(1)} \\ \vdots \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{h} = [h'_{11}, h'_{12}, h'_{13}, h'_{21}, h'_{22}, h'_{23}, h'_{31}, h'_{32}]^T$$

- Mínimos cuadrados: $\mathbf{A}_{xy} \cdot \mathbf{h} = \mathbf{b} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{h} = (\mathbf{A}_{xy}^T \mathbf{A}_{xy})^{-1} \cdot \mathbf{A}_{xy}^T \cdot \mathbf{b}}$

$$\min_{\mathbf{h}} [(\mathbf{A}_{xy} \mathbf{h} - \mathbf{b})^2]$$

Normalización de los datos

- Estimación más robusta frente al ruido

- Sistema de ecuaciones mejor condicionado

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\mathbf{m}}_w &= T \cdot \tilde{\mathbf{m}}_w \\ \tilde{\mathbf{m}} &= T' \cdot \tilde{\mathbf{m}} \end{aligned} \right\} \longrightarrow \boxed{\tilde{\mathbf{m}} \cong \hat{H} \cdot \tilde{\mathbf{m}}_w}$$

- Definir una transformación

- El centro de gravedad de todos los puntos sea el origen
- La media de las distancia al origen sea $\sqrt{2}$
- Se aplica para los puntos de la imagen y del espacio

$$\boxed{H \cong T'^{-1} \cdot \hat{H} \cdot T}$$

$$T = \begin{bmatrix} 1/\sigma_x & 0 & -\mu_x/\sigma_x \\ 0 & 1/\sigma_y & -\mu_y/\sigma_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

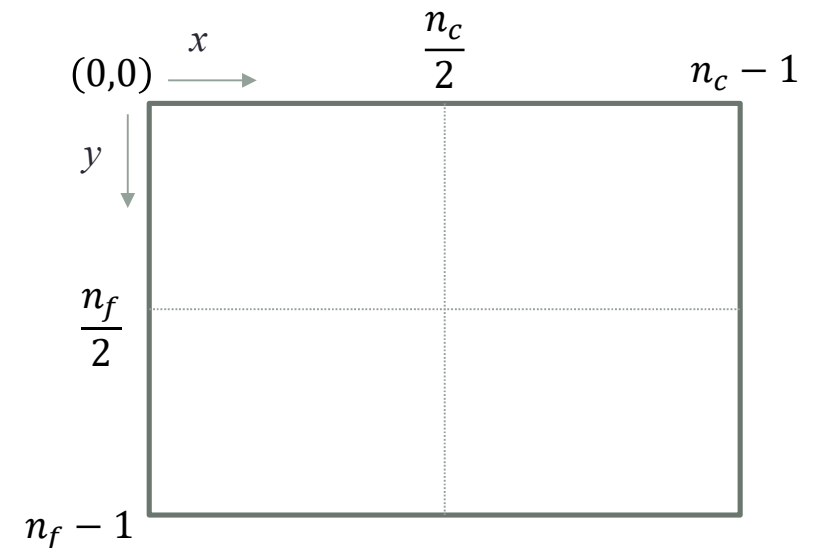
- Emplear transformaciones más sencillas

- Todos los puntos entre -1 y 1

$$T = \begin{bmatrix} 2/n_c & 0 & -1 \\ 0 & 2/n_f & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Todos los puntos entre 0 y 2

$$T = \begin{bmatrix} 2/n_c & 0 & 0 \\ 0 & 2/n_f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Perspective-n-Point (PnP): Homografía de un plano

- Cálculo de la pose a partir de un conjunto de correspondencias 2D-3D en un plano:
 - Debido al ruido en los datos no podemos asignar directamente los vectores de rotación a partir de la homografía (no son ortonormales)

$$A \cdot \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & t_z \end{bmatrix} = \lambda \cdot \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \quad [\bar{\mathbf{r}}_1 \quad \bar{\mathbf{r}}_2 \quad \bar{\mathbf{t}}] = \lambda \cdot A^{-1}[\bar{\mathbf{h}}_1 \quad \bar{\mathbf{h}}_2 \quad \bar{\mathbf{h}}_3]$$

$$\|\bar{\mathbf{r}}_1\| = 1 \Rightarrow \lambda = 1/\|A^{-1}\bar{\mathbf{h}}_1\|$$

$$\bar{\mathbf{r}}_1 = A^{-1}\bar{\mathbf{h}}_1/\|A^{-1}\bar{\mathbf{h}}_1\|; \quad \bar{\mathbf{r}}_2 = A^{-1}\bar{\mathbf{h}}_2/\|A^{-1}\bar{\mathbf{h}}_2\|; \quad \bar{\mathbf{r}}_3 = \bar{\mathbf{r}}_1 \times \bar{\mathbf{r}}_2; \quad \bar{\mathbf{t}} = A^{-1}\bar{\mathbf{h}}_3/\|A^{-1}\bar{\mathbf{h}}_1\|$$

- Procedimiento robusto:
 1. Calculamos $\mathbf{H}$ a partir de las correspondencias 2D-3D
 2. Se calcula una primera estimación de $\mathbf{R}^*$ considerando $\lambda=1$
 3. Se ajusta la matriz de rotación para que sus vectores sean ortonormales $\rightarrow \mathbf{R}$
 4. Calculamos el factor de escala λ como la inversa del valor singular mayor $1/\sigma_1$
 5. Calculamos el vector de traslación con el factor de escala λ y $\mathbf{h}_3$

$$R^* = [A^{-1}\bar{\mathbf{h}}_1 \quad A^{-1}\bar{\mathbf{h}}_2 \quad (A^{-1}\bar{\mathbf{h}}_1 \times A^{-1}\bar{\mathbf{h}}_2)]$$

$$SVD(R^*) \rightarrow R^* = U \cdot D \cdot V^T$$

$$D = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$$

$$R = U \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & |U \cdot V^T| \end{bmatrix} \cdot V^T$$

± 1

$$\lambda = 1/\sigma_1$$

$$\bar{\mathbf{t}} = A^{-1}\bar{\mathbf{h}}_3/\sigma_1$$

Perspective-n-Point (PnP): disposición general

- Cálculo de la pose a partir de un conjunto de correspondencias 2D-3D en una disposición general (método lineal):
 - Problema similar al de calibración pero en este caso conocemos **A**

$$\tilde{m} \cong A[R \quad t] \tilde{M} = \tilde{P} \tilde{M}$$

$$\begin{bmatrix} \rho u \\ \rho v \\ \rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} p_{31}X_w u + p_{32}Y_w u + p_{33}Z_w u + p_{34}u - p_{11}X_w - p_{12}Y_w - p_{13}Z_w - p_{14} = 0 \\ p_{31}X_w v + p_{32}Y_w v + p_{33}Z_w v + p_{34}v - p_{21}X_w - p_{22}Y_w - p_{23}Z_w - p_{24} = 0 \end{cases}$$

$$A_{xy} = \begin{bmatrix} -X_w^{(1)} & -Y_w^{(1)} & -Z_w^{(1)} & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_w^{(1)}u^{(1)} & Y_w^{(1)}u^{(1)} & Z_w^{(1)}u^{(1)} & u^{(1)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -X_w^{(1)} & -Y_w^{(1)} & -Z_w^{(1)} & -1 & X_w^{(1)}v^{(1)} & Y_w^{(1)}v^{(1)} & Z_w^{(1)}v^{(1)} & v^{(1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{p}} = [p_{11}, p_{12}, p_{13}, p_{14}, p_{21}, p_{22}, p_{23}, p_{24}, p_{31}, p_{32}, p_{33}, p_{34}]$$

Hacen falta al menos 6 puntos:

$$A_{xy} \cdot \mathbf{p} = 0$$

$$SVD(A_{xy}) \rightarrow A_{xy} = UDV^T \Rightarrow \mathbf{p} = v_{12}$$

- Una vez calculada la matriz **P** identificamos **R**, **t**

$$[R \quad t] = \lambda \cdot A^{-1} \tilde{P} \Rightarrow [\bar{\mathbf{r}}_1 \quad \bar{\mathbf{r}}_2 \quad \bar{\mathbf{r}}_3 \quad \bar{\mathbf{t}}] = \lambda \cdot A^{-1} [\bar{\mathbf{p}}_1 \quad \bar{\mathbf{p}}_2 \quad \bar{\mathbf{p}}_3 \quad \bar{\mathbf{p}}_4]$$

$$R^* = A^{-1} [\bar{\mathbf{p}}_1 \quad \bar{\mathbf{p}}_2 \quad \bar{\mathbf{p}}_3]$$

$$SVD(R^*) \rightarrow R^* = U \cdot D \cdot V^T$$

$$D = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$$

$$R = U \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & |U \cdot V^T| \end{bmatrix} \cdot V^T$$

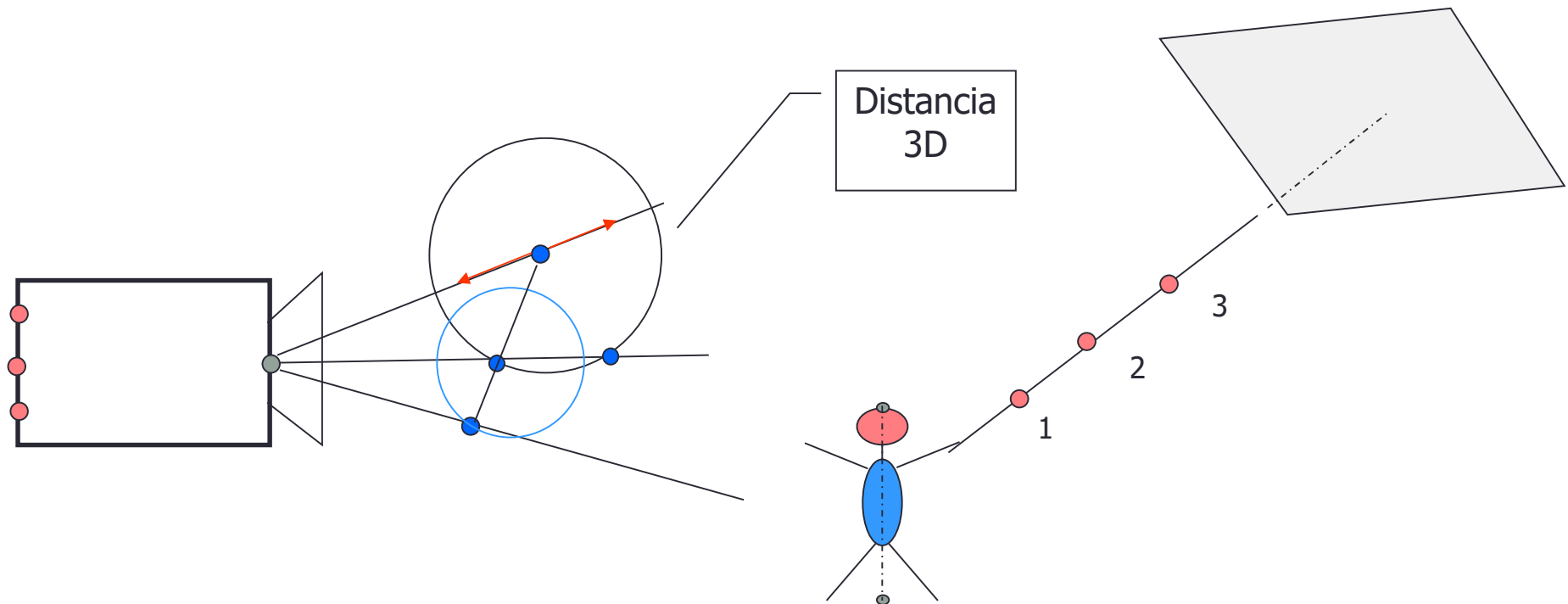
±1

$$\lambda = 1/\sigma_1$$

$$\bar{\mathbf{t}} = A^{-1} \bar{\mathbf{p}}_4 / \sigma_1$$

Estimación de 'Pose': 3 puntos alineados

- Ejemplo: Estimación de la 'pose' de una barra con 3 marcas:
 - Conocemos la distancia entre marcas y la matriz de calibración
 - 5 gdl (3 posición de las 3 marcas + 2 rotación)



Estimación de 'Pose': 3 puntos alineados

- Solución analítica:
 - Ecuación de las rectas proyección:

$$\tilde{Q}_i \cong \begin{bmatrix} -R^T t \\ 1 \end{bmatrix} + \lambda_i \begin{bmatrix} R^T A^{-1} \tilde{m}_i \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R^T t + \lambda_i R^T A^{-1} \tilde{m}_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

distancias

$$d_{12}^2 = \|\lambda_1 R^T A^{-1} \tilde{m}_1 - \lambda_2 R^T A^{-1} \tilde{m}_2\|^2$$

$$d_{13}^2 = \|\lambda_1 R^T A^{-1} \tilde{m}_1 - \lambda_3 R^T A^{-1} \tilde{m}_3\|^2$$

3 puntos alineados

$$Q_3 \cong Q_1 + \lambda (Q_2 - Q_1)$$

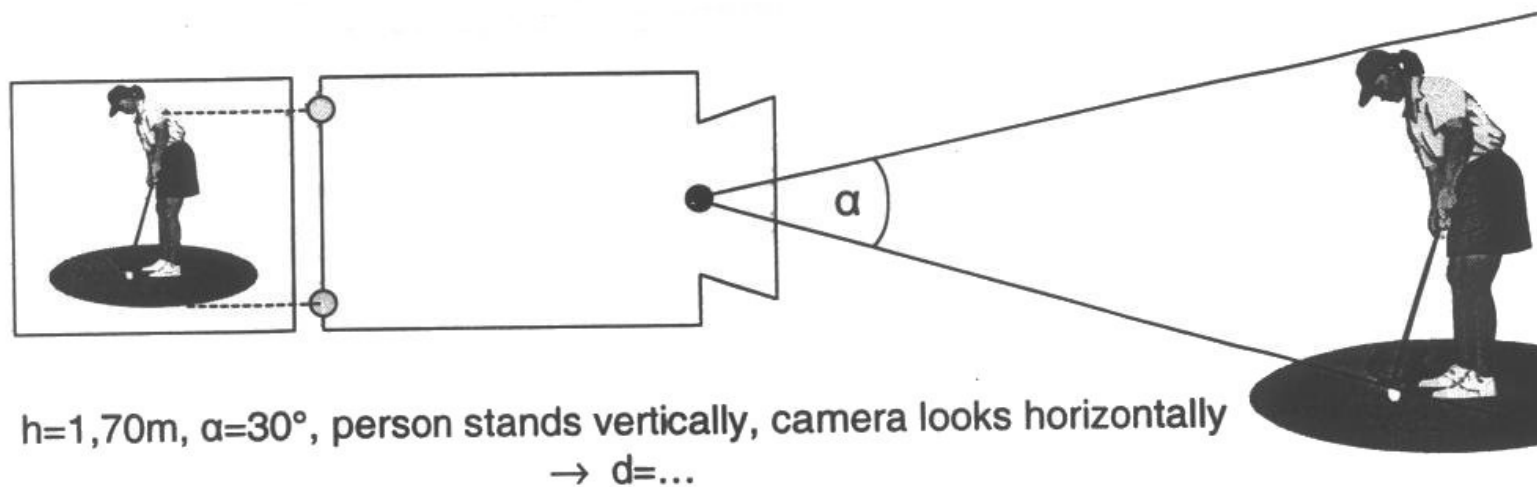
$$R^T A^{-1} (\lambda_3 \tilde{m}_3 - \lambda_1 \tilde{m}_1) = R^T A^{-1} \lambda (\lambda_2 \tilde{m}_2 - \lambda_1 \tilde{m}_1)$$

$$\lambda_3 \tilde{m}_3 - \lambda_1 \tilde{m}_1 = \lambda (\lambda_2 \tilde{m}_2 - \lambda_1 \tilde{m}_1)$$

- Solución única por delante de la cámara

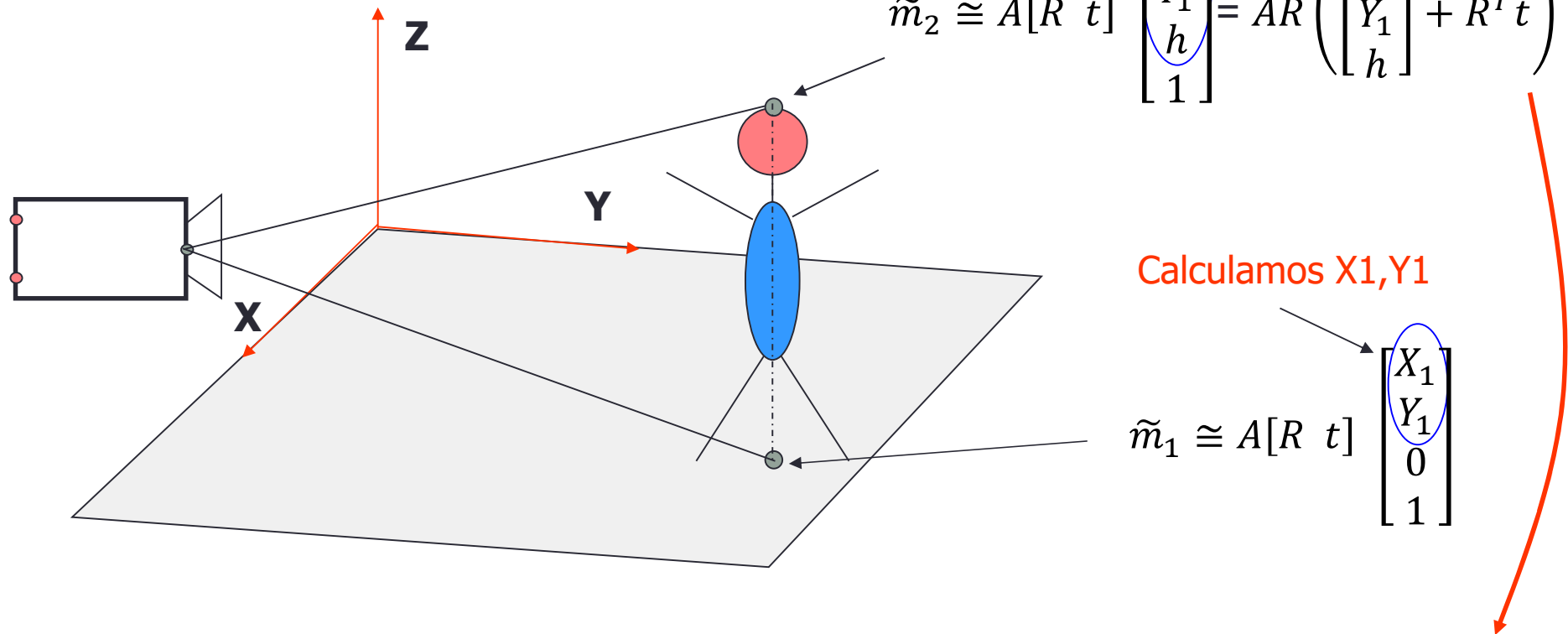
Estimación de 'Pose': altura sobre un plano

- Altura de un objeto sobre un plano (suelo)



Estimación de 'Pose': altura sobre un plano

• Ejemplo:



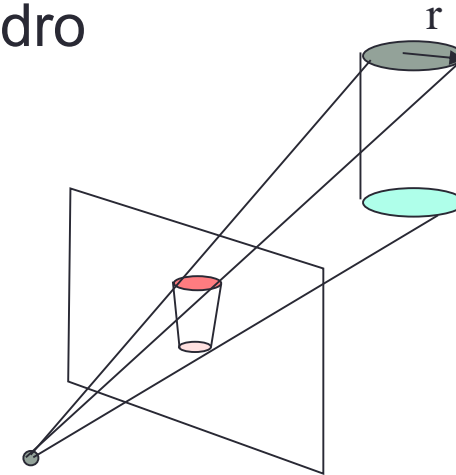
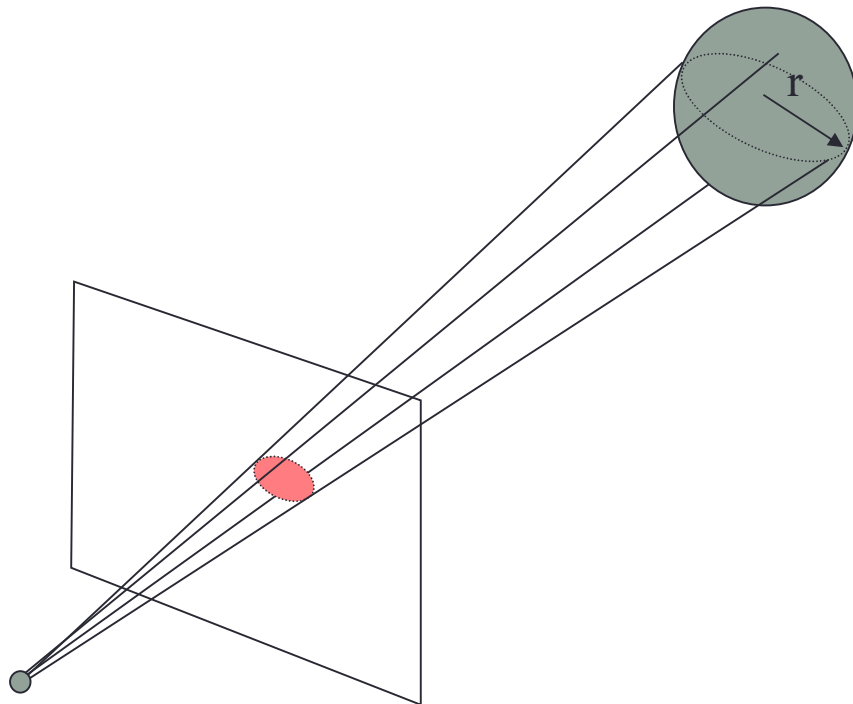
$$A = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 200 \\ 0 & 1000 & 200 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}, t = \begin{bmatrix} -3.5355 \\ -5.0000 \\ -42.4264 \end{bmatrix}$$

$$[\tilde{m}_2]_{\times} AR \left(\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ h \end{bmatrix} + R^T t \right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

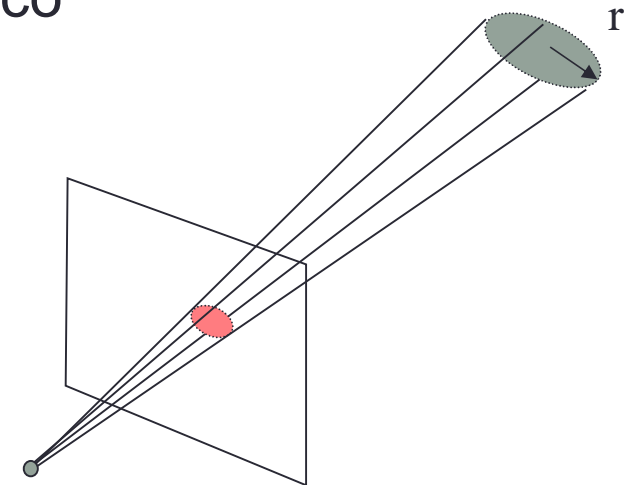
$$m_1 = [181.48 \quad 121.43]^T, m_2 = [219.23 \quad 118.41]^T$$

Estimación de 'Pose': otros ejemplos

- Pose conocido el radio de una esfera
- Pose conocido el radio de un cilindro



- Pose conocido el radio de un disco

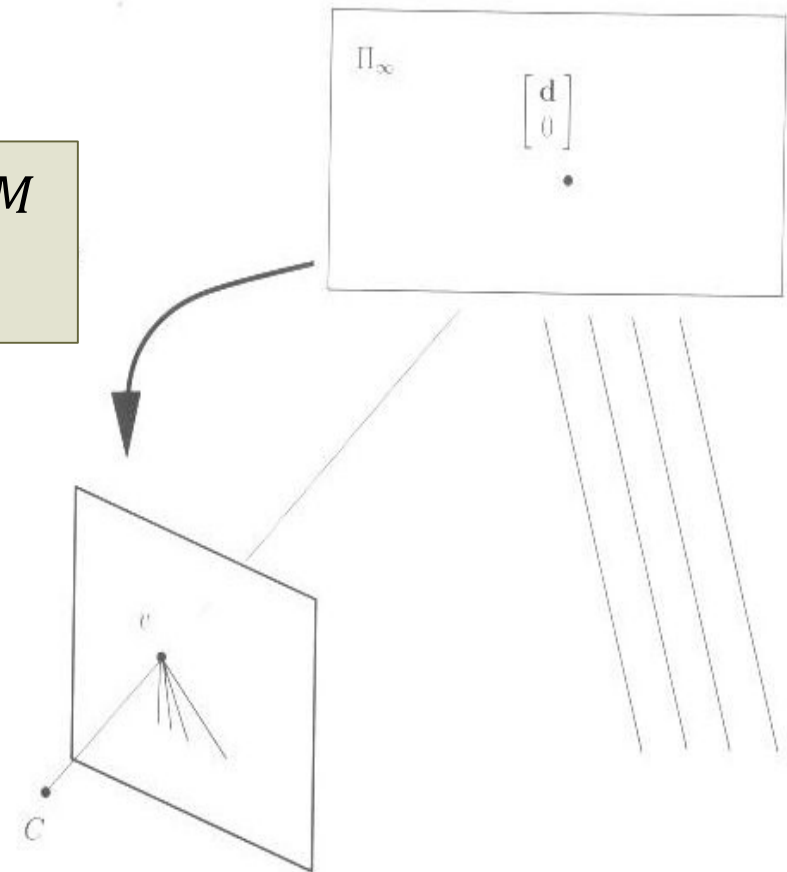


Estimación de 'Pose': puntos de desvanecimiento

- Se puede establecer una homografía entre el **plano en el infinito** y el plano de imagen (Permite calcular la orientación **R**)
 - Puntos desvanecimiento: proyección de puntos del infinito (punto de corte de dos rectas paralelas)

$$\tilde{m} \cong A[R \quad t] \tilde{M}$$

$$\text{Si } \tilde{M} \cong \begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix} \in \Pi_{\infty} \Rightarrow \begin{cases} \tilde{m} \cong AR M = \tilde{H}_{\infty} M \\ M \cong \tilde{H}_{\infty}^{-1} \tilde{m} \end{cases}$$



Estimación de 'Pose': puntos de desvanecimiento

- Cálculo de la Orientación **R**:
 - Se halla la proyección de puntos en el infinito (direcciones)
 - Puntos de desvanecimiento: Corte de dos rectas paralelas a los ejes z,x

$$\text{Si } \tilde{M} \cong \begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix} \in \Pi_{\infty} \Rightarrow \tilde{m} \cong A[R \quad t] \begin{bmatrix} M \\ 0 \end{bmatrix} = ARM = \tilde{H}_{\infty} M$$

$$\tilde{m}_{\infty}^{(x)} \cong A[\bar{\mathbf{r}}_1 \quad \bar{\mathbf{r}}_2 \quad \bar{\mathbf{r}}_3 \quad \bar{\mathbf{t}}] \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = A \cdot \bar{\mathbf{r}}_1 \quad \tilde{m}_{\infty}^{(z)} \cong A[\bar{\mathbf{r}}_1 \quad \bar{\mathbf{r}}_2 \quad \bar{\mathbf{r}}_3 \quad \bar{\mathbf{t}}] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = A \cdot \bar{\mathbf{r}}_3$$

$$\bar{\mathbf{r}}_1 = A^{-1} \tilde{m}_{\infty}^{(x)} / \|A^{-1} \tilde{m}_{\infty}^{(x)}\|$$

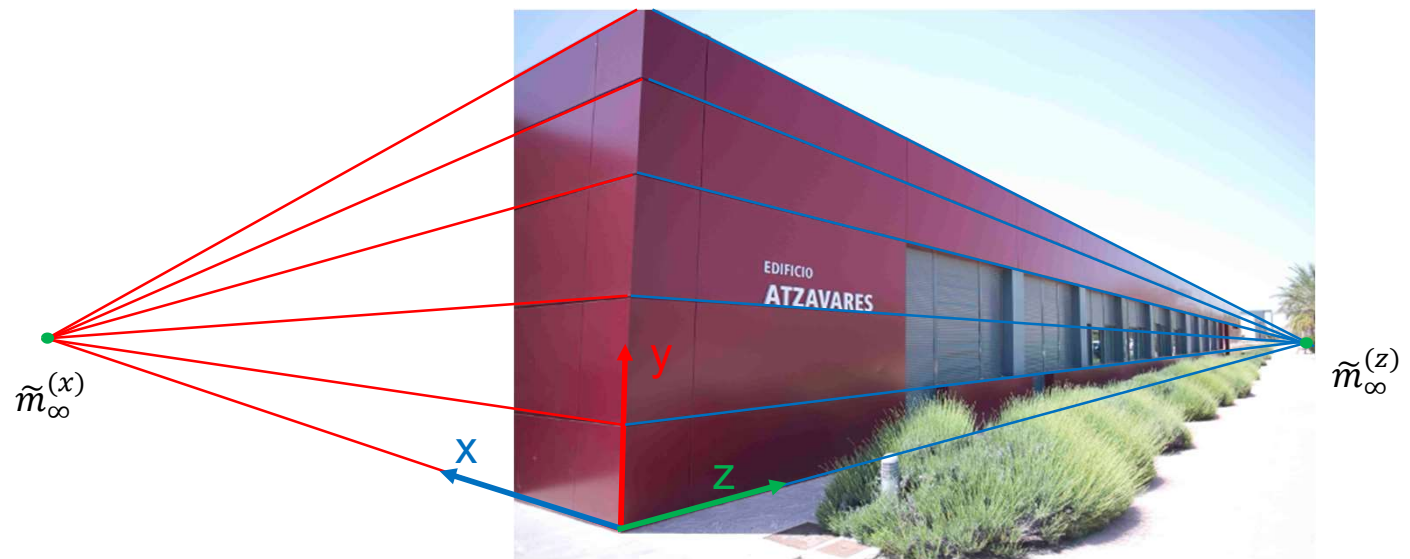
$$\bar{\mathbf{r}}_3 = A^{-1} \tilde{m}_{\infty}^{(z)} / \|A^{-1} \tilde{m}_{\infty}^{(z)}\|$$

$$\bar{\mathbf{r}}_2 = \bar{\mathbf{r}}_3 \times \bar{\mathbf{r}}_1$$

$$R^* = [\bar{\mathbf{r}}_1 \quad \bar{\mathbf{r}}_2 \quad \bar{\mathbf{r}}_3]$$

$$SVD(R^*) \rightarrow R^* = U \cdot D \cdot V^T$$

$$R = U \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & |U \cdot V^T| \end{bmatrix} \cdot V^T$$



Estimación de 'Pose': puntos de desvanecimiento

• Aplicación:

• Seguimiento de líneas de la calzada

- Punto de desvanecimiento: Corte de dos rectas paralelas a la carretera (eje z)
- Considerando que el vehículo se mueve en un plano solo tenemos un grado de libertad angular

$$\tilde{m}_{\infty}^{(z)} \cong A \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

↑ Punto desvanecimiento
 ↑ Rotación entorno al eje Y

$$A^{-1} \cdot \tilde{m}_{\infty}^{(z)} = \lambda \cdot \begin{bmatrix} \sin \theta \\ 0 \\ \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$\lambda = \left\| A^{-1} \cdot \tilde{m}_{\infty}^{(z)} \right\|$$

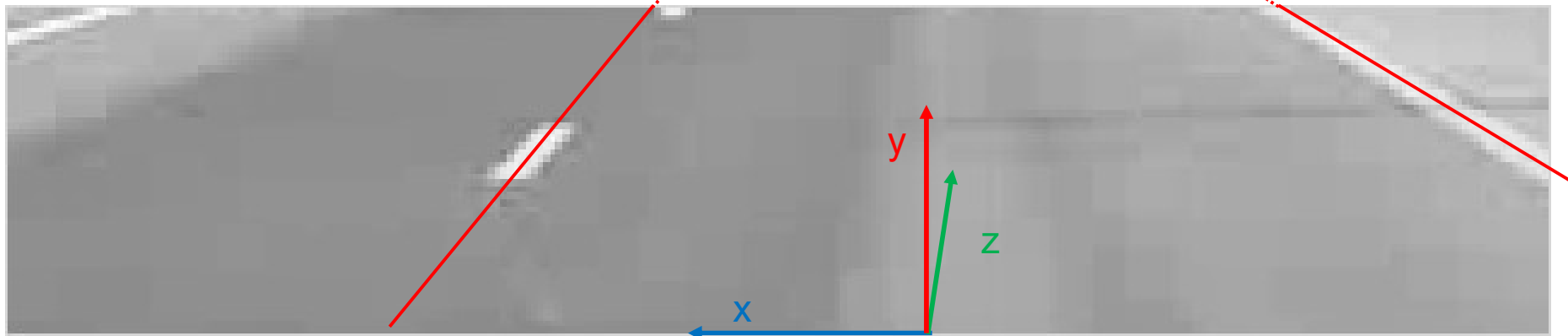


Tabla de Contenidos

- POSE monocular
- Homografía entre planos proyectivos

Homografías entre Planos Proyectivos

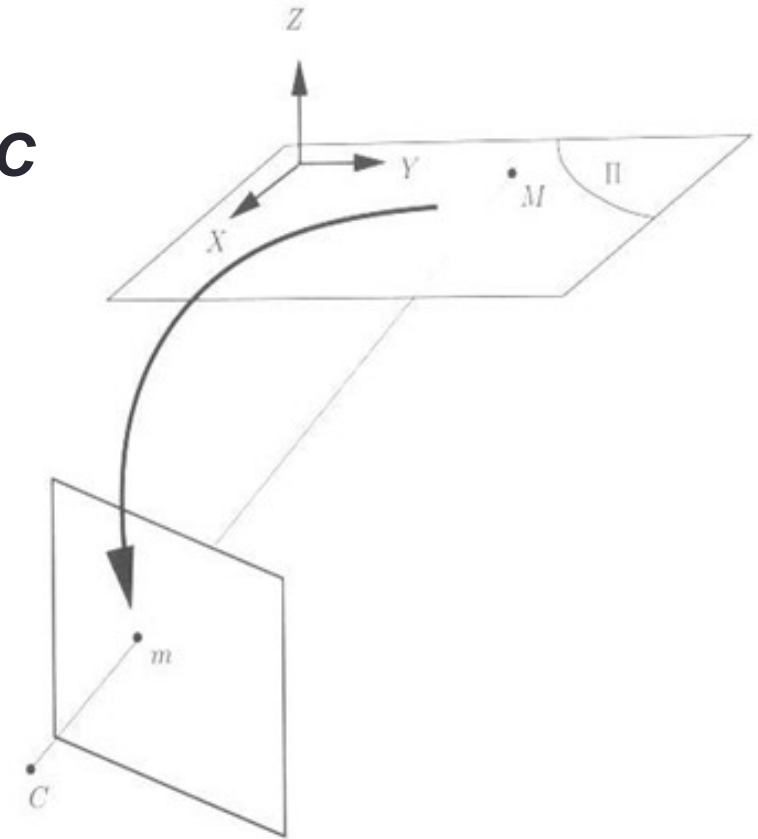
- Plano – Imagen

- Cámara NO calibrada
- El Plano Π no pasa por el centro óptico $\mathbf{C}$
- Puntos en el plano:*

$$\tilde{m} \cong \tilde{P} \tilde{M} = [P \quad p] \tilde{M}$$

$$\text{Si } \tilde{M} \cong \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \in \Pi \Rightarrow \tilde{m} \cong \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{14} \\ P_{21} & P_{22} & P_{24} \\ P_{31} & P_{32} & P_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{m} \cong H_{3 \times 3} \tilde{M}_{\Pi}, \quad \tilde{M}_{\Pi} \cong H^{-1}_{3 \times 3} \tilde{m}$$



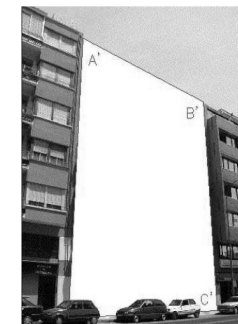
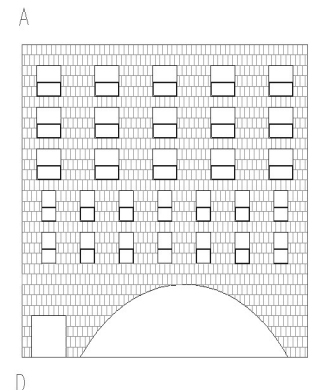
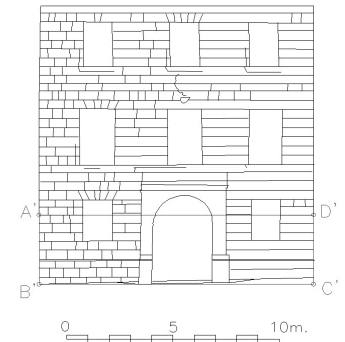
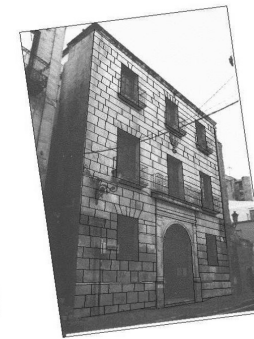
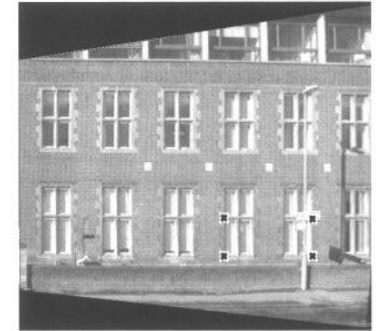
- Cálculo de $\mathbf{H}$:** 4 puntos del plano proyectados en la imagen
 - No colineales tomados de tres en tres

Homografías entre Planos Proyectivos

- Ejemplos:
 - Inserción proyectiva de un plano proyectivo en otro
 - Cámara NO Calibrada
 - Reconocimiento de patrones proyectivos
 - Cámara NO Calibrada

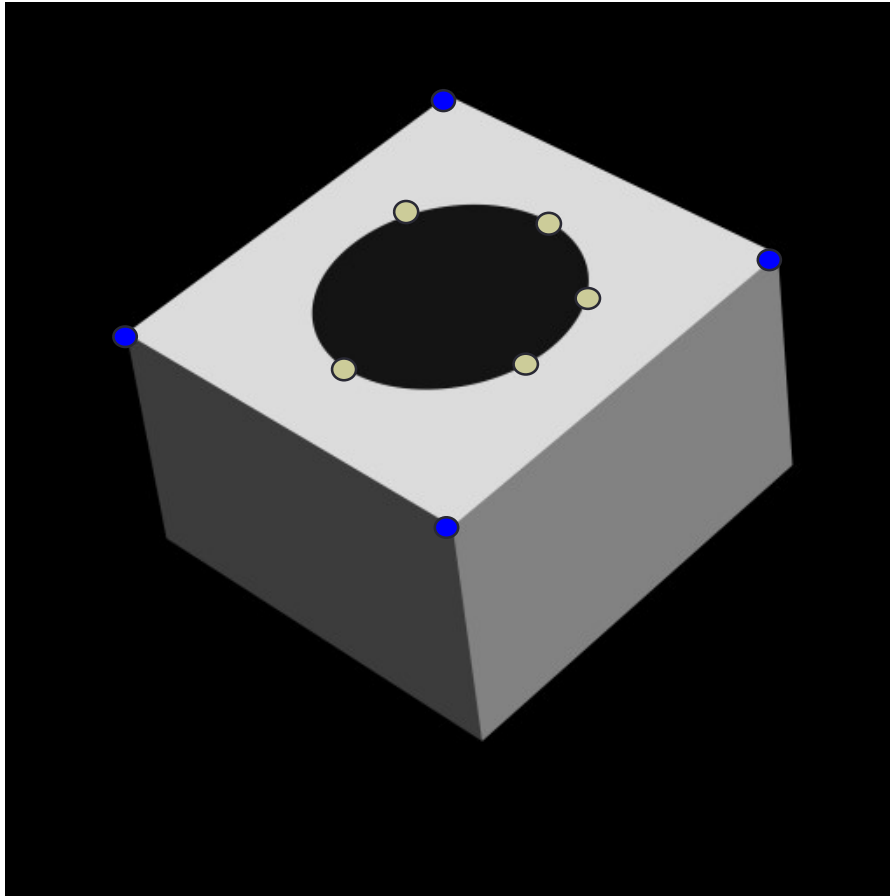
Homografías entre Planos Proyectivos

- Permite:
 - Saber la proyección de cualquier punto contenido en el plano (fuera de los límites de la imagen)
 - Comprobar si un punto pertenece a un plano
 - Conocer la posición 3D en el plano a partir de la proyección en una sola cámara (2D)
 - Rectificado: eliminar la distorsión proyectiva en visión 2D
 - Fotogrametría:

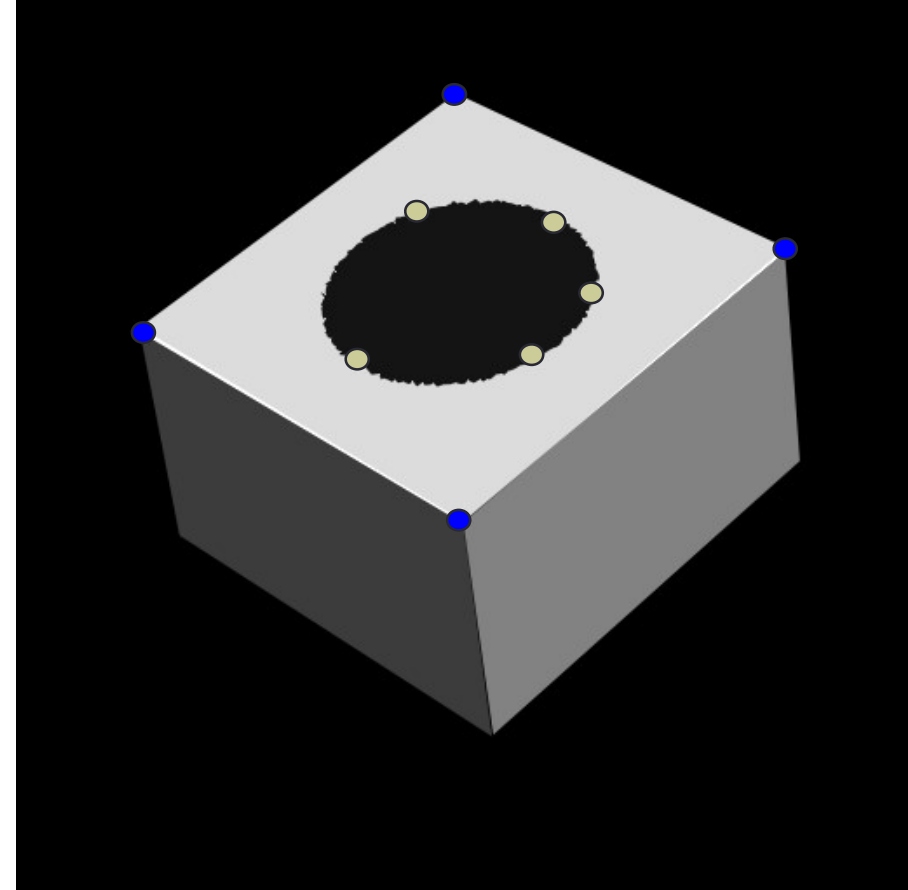


Homografías entre Planos Proyectivos

- Control de calidad en vistas proyectivas



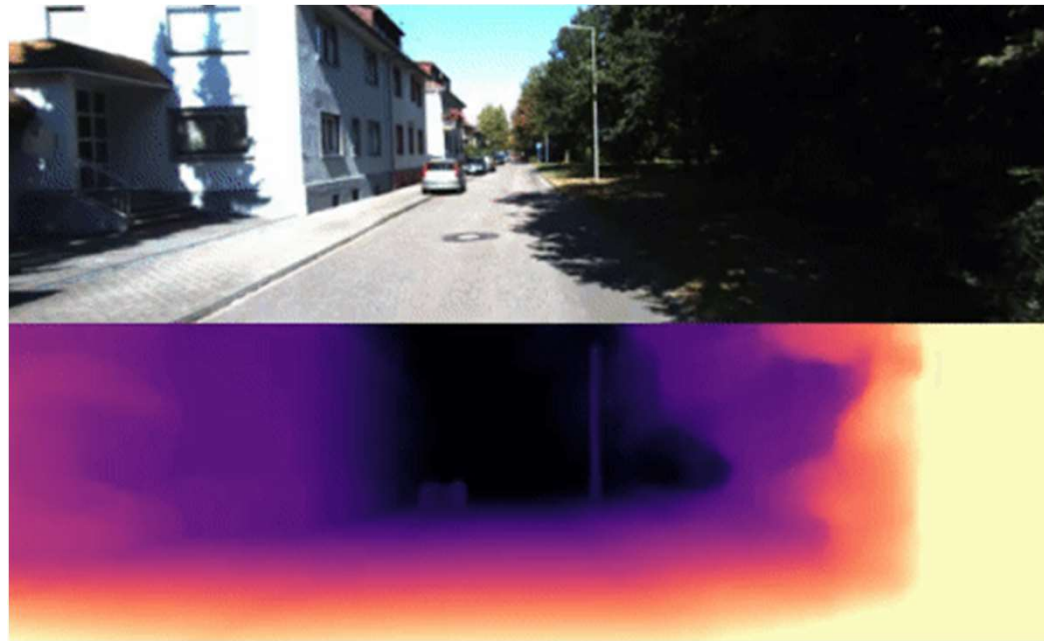
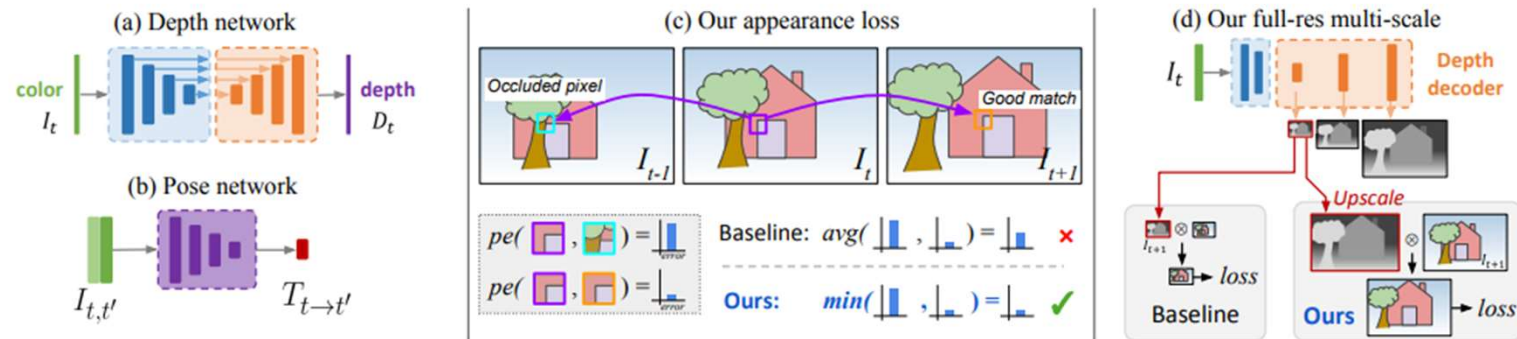
Taladro Correcto



Taladro Defectuoso

Técnicas Avanzadas CNN

- Monodepth2: Self-Supervised Monocular Depth Estimation
 - U-Net CNN



Técnicas Avanzadas CNN

Depth Anything: Unleashing the Power of Large-Scale Unlabeled Data

Lihe Yang¹ Bingyi Kang^{2†} Zilong Huang² Xiaogang Xu^{3,4} Jiashi Feng² Hengshuang Zhao^{1†}

¹The University of Hong Kong ²TikTok ³Zhejiang Lab ⁴Zhejiang University

† corresponding authors

<https://depth-anything.github.io>



Figure 1. Our model exhibits impressive generalization ability across extensive unseen scenes. **Left two columns:** COCO [35]. **Middle two:** SA-1B [27] (a hold-out unseen set). **Right two:** photos captured by ourselves. Our model works robustly in low-light environments (1st and 3rd column), complex scenes (2nd and 5th column), foggy weather (5th column), and ultra-remote distance (5th and 6th column), *etc.*

Resumen

- POSE Monocular
- Homografías entre planos proyectivos
- Siguiendo paso es el uso de más de un punto de vista:
Visión Estéreo
 - Reconstrucción 3D