AUTÓMATAS Y SISTEMAS DE CONTROL
RESULTADOS

2. a.-

$$D(z) = D(s)\Big|_{s=\frac{1-z^{-1}}{T}}$$

De esta forma,

$$D(z) = \frac{2}{\frac{1-z^{-1}}{T}+3} = \frac{z}{2.5z-1}$$

b.- En este caso

$$D(z) = D(s)\Big|_{s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$$

Así,

$$D(z) = \frac{2}{4\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}+3} = \frac{2z+2}{7z-1} = \frac{0.2857z+0.2857}{z-0.1429}$$

c.- En este caso

$$D(z) = \left(1-z^{-1}\right)\sum \mathrm{Res}\left[\frac{2}{(s+3)s}\cdot\frac{1}{1-e^{sT}z^{-1}}\right]$$

$$D(z) = \left(1-z^{-1}\right)\left[\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{1-z^{-1}}+\frac{-2}{3}\cdot\frac{1}{1-e^{-1.5}z^{-1}}\right]$$

con lo que

$$D(z) = \frac{0.52z^{-1}}{1-0.22z^{-1}} = \frac{0.52}{z-0.22}$$

3. La ecuación característica del sistema completo en bucle cerrado es

$$P(z) = z^3 - 1.7z^2 + (0.79+5K)z - 0.063$$

Si se aplica Jury, se tiene:

P(1)>0 , por lo que K>-0.0054
P(-1)<0, por lo que K>-0.7106

Si se construye la siguiente tabla:

1	-1.7	0.79+5K	-0.063
-0.063	0.79+5K	-1.7	1
(-0.6829-5K)		-0.996	

Imponiendo las siguientes condiciones se tiene:
1 > 0.063

$$|-0.6829-5K|<|-0.996|$$

Si K>-0.13658, se tiene:
0.6829+5K<0.996 K<0.062

Si K<-0.13658, se tiene:
-0.6829-5K<0.996 K>-0.33578

Uniendo todas las condiciones:

$$-0.0054 < K < 0.062$$

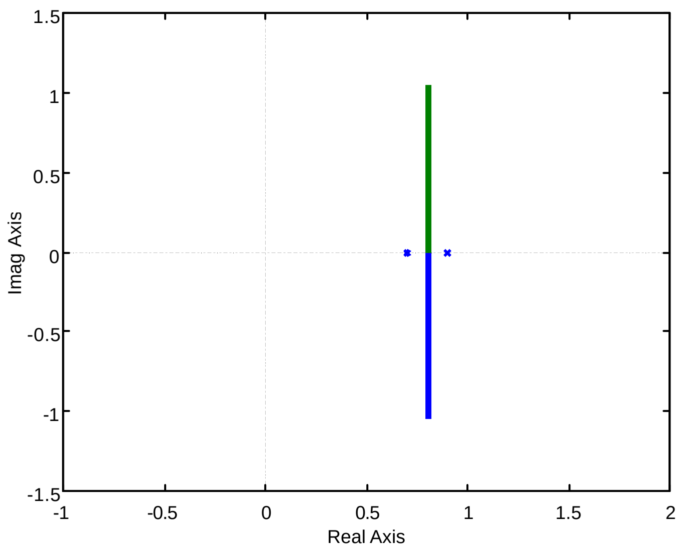
Cuando K=1, el sistema es inestable por lo que el error en régimen permanente será infinito.

4. El punto de funcionamiento será:

$$\left.\begin{aligned} n_S &= \frac{\pi}{\sigma} = 15 \\ M_P &= e^{-\frac{\pi\sigma}{\vartheta}} = 0.2 \end{aligned}\right\} \rightarrow \sigma = 0.21 \quad \vartheta = 23.48^{o}$$

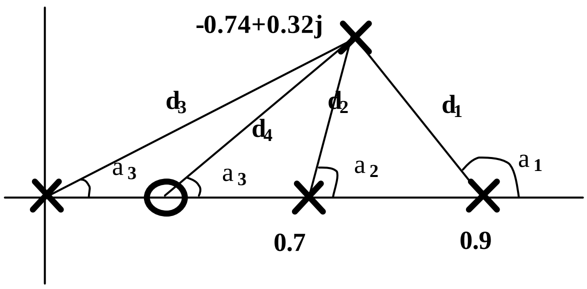
Por tanto los polos dominantes son: **p =0.7435 ± 0.323j**

Trazamos el lugar de las raíces del sistema:



...y vemos que el lugar de las raíces no pasa por esos puntos, por lo que hará falta un regulador **PD**:

$$R(z) = K\frac{z-c}{z}$$



Donde

$$\alpha_1 = 180 - \text{arctg}\frac{0.323}{0.9-0.7435} = 115.85^{\circ}$$
$$\alpha_2 = \text{arctg}\frac{0.323}{0.7435-0.7} = 82.33^{\circ}$$
$$\alpha_3 = 23.48^{\circ}$$

Se debe cumplir: $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3-\beta=180(2n+1)$

Por lo tanto β=41.66º. A partir de este valor se puede obtener la situación del cero del regulador:

$$c = 0.7435 - \frac{0.323}{\text{tang}\,41.66} = 0.38$$

Para obtener el valor de K hay que hallar las distancias d1,d2,d3 y d4:

d1=0.3589; d2=0.3259; d3=0.8106; d4=0.4863

Así,

$$K = \frac{d_1 d_2 d_3}{d_4} = 0.039$$

Por lo tanto el regulador PD será:

$$R(z) = 0.039\frac{z-0.38}{z}$$

Comprobemos el error de posición con este regulador. El error de posición será:

$$e_p = \frac{1}{1+Kp}$$

siendo:

$$Kp = \lim_{z \to 1} R(z)G(z) = 4.03$$

Así:

$$e_p = \frac{1}{1+4.03} = 19.88\% < 22\%$$

Por lo tanto basta con el regulador PD diseñado.

b.- Si la salida es

$$\{y_k\} = \{0, 0.5, 1.5, 1.0, 1.0, 1.0, ...\}$$

significa que el sistema en cadena cerrada posee un retraso de una unidad (la diferenca de grados del denominador y numerador es uno). Al tener el sistema en cadena abierta una diferencia de grados entre denominador y numerador de dos, es IMPOSIBLE que exista un regulador realizable físicamente que consiga adelantar al sistema en cadena cerrada.