

Visión 3D

Correspondencia Estereoscópica

Luis M. Jiménez – José M. Sebastián



Ingeniería de Sistemas y Automática (UMH)

1

Índice

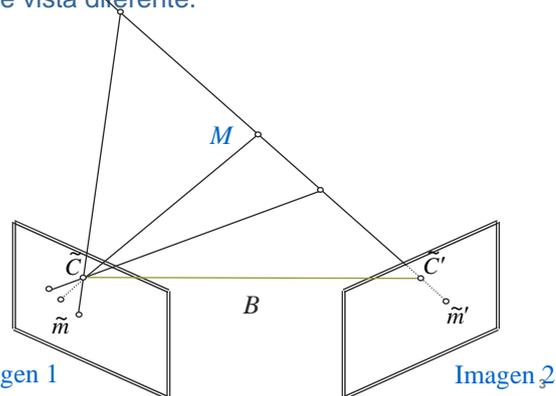
- **El Problema de Correspondencia**
- Restricciones aplicadas a la correspondencia
- Técnicas de correspondencia

Visión 3D: Correspondencia

2

Problema de Correspondencia (1)

- Dada una *característica* en una imagen (punto, borde,...) proyección de una *primitiva* en un espacio 3D (cuya localización es desconocida), obtener cuál es la *característica* proyectada, de la misma *primitiva*, en otra imagen tomada desde un punto de vista diferente.



Visión 3D: Correspondencia

Imagen 1

Imagen 2

Problema de Correspondencia (2)

- La reconstrucción 3D está ligada a la solución del problema de correspondencia y al problema de calibración.
- Se trata de un problema mal condicionado:
 - Geométricamente, pueden existir infinitas soluciones o que no exista solución (ocultamientos), lo que puede dar lugar a *ilusiones ópticas* (falsas correspondencias).
- La solución del problema de correspondencia exige imponer restricciones sobre el *modelo geométrico de las cámaras*, el *modelo fotométrico de los objetos* de la escena y sobre las *primitivas* utilizadas.
- La correspondencia estéreo está limitada generalmente a un rango de distancias (profundidad).
 - En el caso humano este rango está situado entre los 40 cm (límite fusional de Pannum) y unos 100m (a partir de 10m la percepción de profundidad es muy limitada)

Visión 3D: Correspondencia

4

Problema de Correspondencia (3)

- Disparidad
 - El problema de correspondencia se puede formular como la búsqueda de una función de disparidad:
$$D: F(x,y) \rightarrow (d_x, d_y) \perp (x', y')^T_F = (x, y)^T_F + (d_x, d_y)^T$$
 - Conocer la disparidad para cada *característica* de la imagen 1 significa conocer la posición de la *característica correspondiente* en la imagen 2

Índice

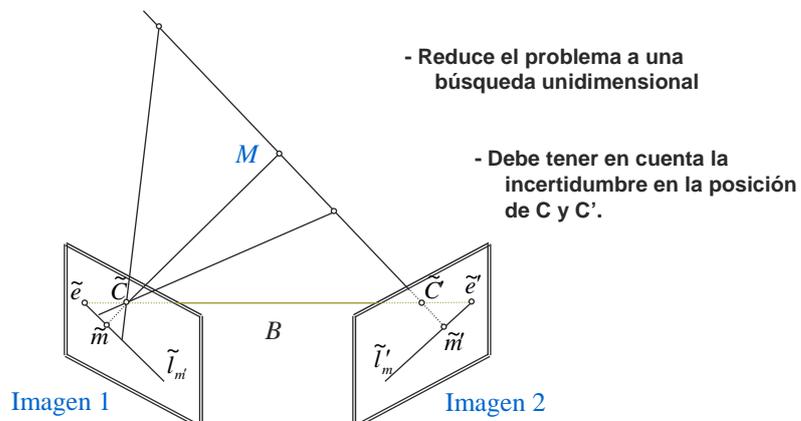
- El Problema de Correspondencia
- **Restricciones aplicadas a la correspondencia**
- Técnicas de correspondencia

Restricciones para la Correspondencia

- Restricciones geométricas impuestas por el sistema de formación de imágenes
 - Restricción epipolar
 - Límite de disparidad
- Restricciones geométricas procedentes de los objetos visualizados:
 - Orden
 - Límite del gradiente de disparidad
 - Unicidad
 - Continuidad de superficie
 - Continuidad figural
 - Posición general
- Restricciones fotométricas
- Restricciones locales de primitiva

Restricción Epipolar (1)

- Dado un punto m' en la imagen 2, su correspondiente debe estar sobre la línea epipolar l_m (intersección del plano epipolar $\Pi\{m', C, C'\}$ y el plano de imagen 1).



Restricción Epipolar (2)

- Modelo de Cámara (Coordenadas del Mundo):

$$\tilde{m} = \tilde{P} \tilde{M} = [P \quad p] \begin{bmatrix} M \\ 1 \end{bmatrix} = PM + p$$

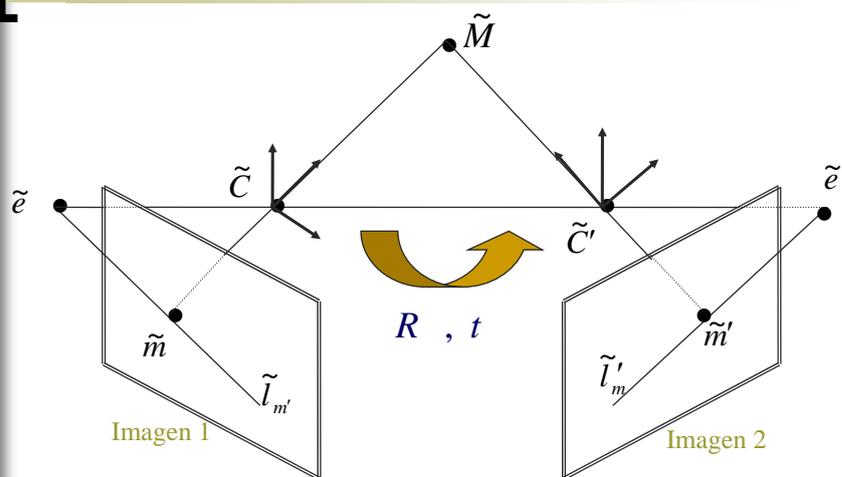
$$\tilde{m}' = \tilde{P}' \tilde{M} = [P' \quad p'] \begin{bmatrix} M \\ 1 \end{bmatrix} = P'M + p'$$

$$\text{Matriz Fundamental: } \tilde{F} = [p' - P'P^{-1}p]_{[\wedge]} P'P^{-1}$$

$$\tilde{l}'_m = \tilde{F} \tilde{m} \quad \tilde{m}'^T \tilde{F} \tilde{m} = 0$$

$$\tilde{l}_m = \tilde{F}^T \tilde{m}'$$

Restricción Epipolar (3)



Coordenadas de Cámara

Restricción Epipolar (4)

- Modelo de Cámara (**Coordenadas de Cámara**):

$$\tilde{m} = \tilde{A} \tilde{M} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ 1 \end{bmatrix} = AM$$

$$\tilde{m}' = \begin{bmatrix} A' & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M \\ 1 \end{bmatrix} = A'RM + A't$$

Matriz Fundamental: $F = A'^{-T} t_{[\wedge]} RA^{-1}$

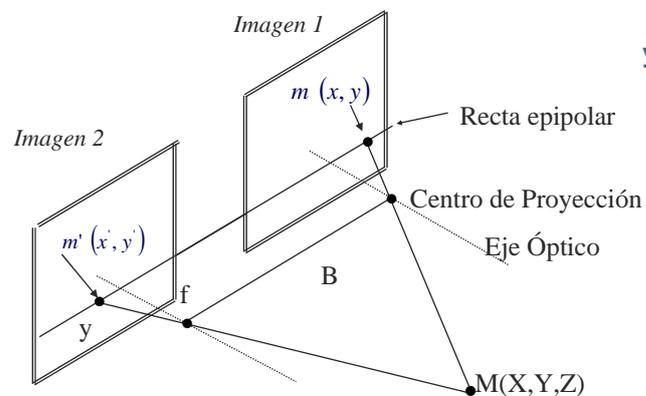
$$\begin{aligned} \tilde{l}'_m &= \tilde{F} \tilde{m} \\ \tilde{l}'_{m'} &= \tilde{F}^T \tilde{m}' \end{aligned} \quad \tilde{m}'^T \tilde{F} \tilde{m} = 0$$

Restricción Epipolar (6)

- Sistemas de ejes alineados

Restricción epipolar:

$$y = y'$$



Restricciones para la Correspondencia

- Restricciones geométricas impuestas por el sistema de formación de imágenes
 - Restricción epipolar
 - Límite de disparidad
- Restricciones geométricas procedentes de los objetos visualizados:
 - Orden
 - Límite del gradiente de disparidad
 - Unicidad
 - Continuidad de superficie
 - Continuidad figural
 - Posición general
- Restricciones fotométricas
- Restricciones locales de primitiva

Límite de disparidad (1)

- La disparidad es función de la distancia entre el objeto y la cámara:
 - Ejes paralelos: $Z = \frac{f B}{d} \quad d = x - x'$
- Esta restricción impone un rango de profundidades para los objetos de la escena
$$\mathfrak{R}_D = [d_{\min}, d_{\max}] \Leftrightarrow \mathfrak{R}_Z = [Z_{\min}, Z_{\max}]$$
- Limita un segmento de la recta epipolar para la búsqueda de correspondencias
- Permite rechazar aquellas correspondencias cuya disparidad esté fuera de dicho intervalo.
- La visión estereoscópica humana también restringe la disparidad máxima (límite fusional de Panum)

Límite de disparidad (2)

- Ejes convergentes: Disparidad

$$d = [d_1, d_2] = [x - x', y - y']$$

Existe dificultad para definirlo como un escalar.

Opciones:

- A semejanza con el caso de ejes alineados:
- Rectificando las imágenes: ejes alineados
- Distancia relativa a lo largo de la línea epipolar

$$d = \frac{K'}{Z}$$

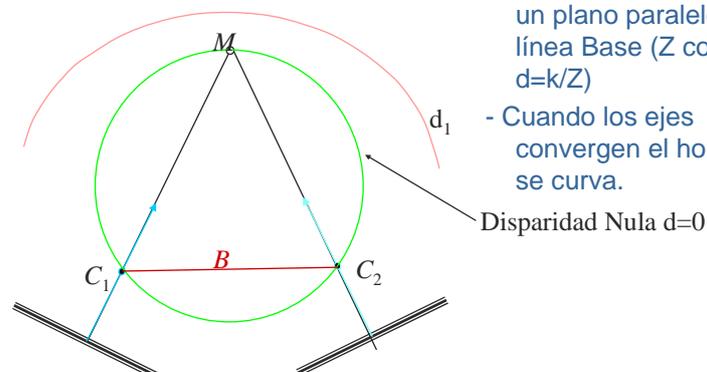
Límite de disparidad (3)

- Ejes convergentes: Horopter

- Define los puntos del espacio que presentan misma disparidad.

- Para un sistema de ejes alineados el horopter es un plano paralelo a la línea Base (Z constante, $d=k/Z$)

- Cuando los ejes convergen el horopter se curva.



Restricciones para la Correspondencia

- Restricciones geométricas impuestas por el sistema de formación de imágenes
- Restricciones geométricas procedentes de los objetos visualizados:
 - Orden
 - Límite del gradiente de disparidad
 - Unicidad
 - Continuidad de superficie
 - Continuidad figural
 - Posición general
- Restricciones fotométricas
- Restricciones locales de primitiva

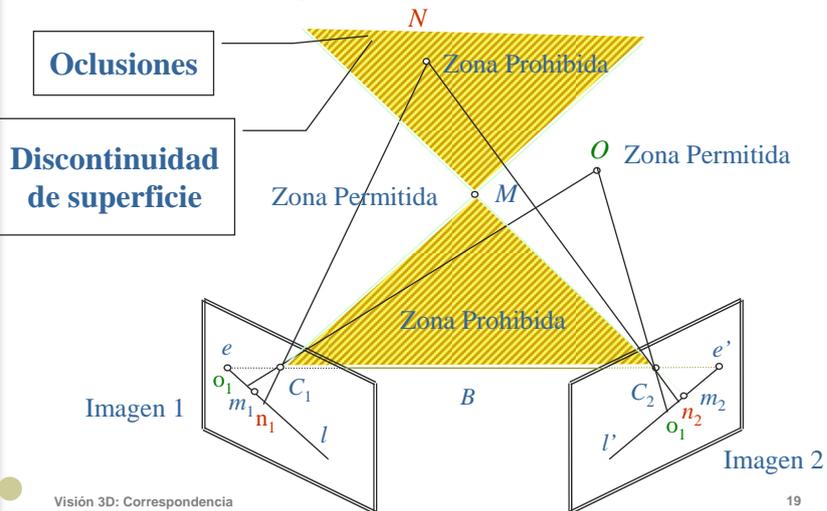
Orden (1)

- Dados dos puntos en la recta epipolar E_1 sus puntos correspondientes deben estar ubicados en la recta epipolar E_2 en el mismo orden.
- Cuando la escena tiene objetos estrechos situados a distancias claramente diferentes puede incumplirse esta condición. (No existe continuidad de superficie)



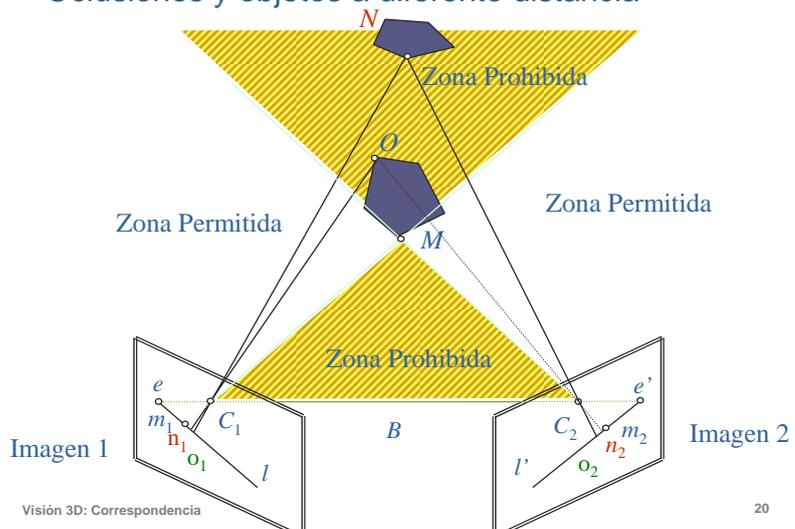
Orden (2)

- Representación geométrica de la zona prohibida:



Orden (3)

- Oclusiones y objetos a diferente distancia



Límite del gradiente de disparidad (1)

Gradiente de Disparidad

Retina Ciclópea

$$GD = \frac{d^1 - d^2}{w^1 - w^2} = \frac{B |z^1 - z^2|}{|z^2 x^1 - z^1 x^2|}$$

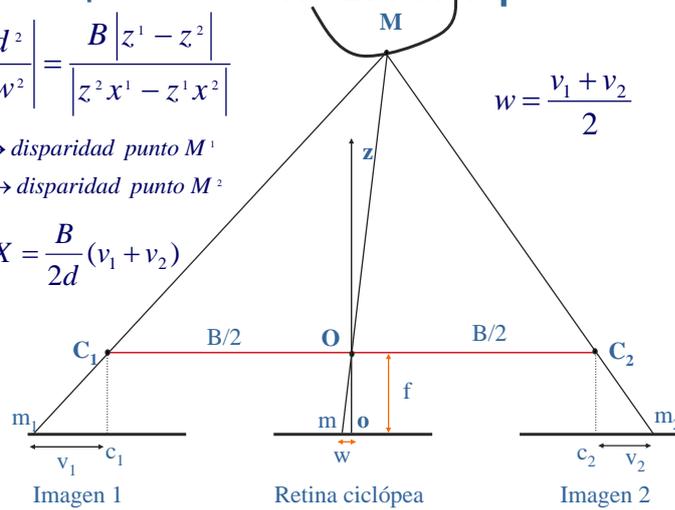
$$w = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

$d^1 = v^1_2 - v^1_1 \rightarrow$ disparidad punto M^1

$d^2 = v^2_2 - v^2_1 \rightarrow$ disparidad punto M^2

$$d = B \frac{f}{Z} \quad X = \frac{B}{2d} (v_1 + v_2)$$

$GD < K$



Visión 3D: Correspondencia

Límite del gradiente de disparidad (2)

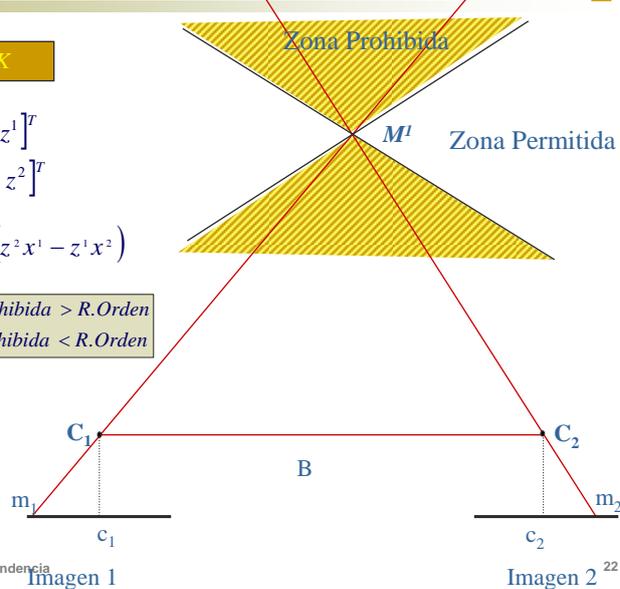
$GD < K$

$$M^1 = [x^1, z^1]^T$$

$$M^2 = [x^2, z^2]^T$$

$$z^1 - z^2 = \pm \frac{K}{B} (z^2 x^1 - z^1 x^2)$$

$K \begin{cases} < 2 \rightarrow \text{zona prohibida} > R.\text{Orden} \\ > 2 \rightarrow \text{zona prohibida} < R.\text{Orden} \end{cases}$



Visión 3D: Correspondencia

Límite del gradiente de disparidad (3)

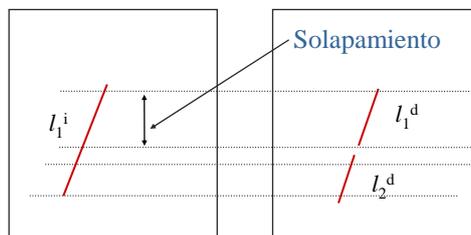
- Interpretación geométrica:
 - Esta restricción impone un límite en las tangentes de las superficies del objeto.
 - Deben ser lo suficientemente pequeñas para que los puntos de la superficie yazcan fuera de la zona prohibida.
 - Se trata pues de una restricción sobre la forma de los objetos que pueden ser reconstruidos mediante un sistema estereoscópico.
 - De forma indirecta impone también la restricción de unicidad.

Unicidad (1)

- Para cada punto en la imagen 1 existe solamente un único punto correspondiente en la imagen 2
 - La condición de unicidad se cumple siempre que en la escena no existan objetos semitransparentes (varios puntos sobre la misma recta proyección generan un mismo punto imagen en el sensor).
 - La aplicación se realiza seleccionando la mejor de las posibles correspondencias obtenidas de la imposición del resto de restricciones.
 - Esta asociada en algunos algoritmos al proceso de **relajación** (mecanismo iterativo con componentes inhibitorias y excitatorias)

Unicidad (2)

- Esta restricción se puede extender a primitivas de mayor nivel como **contornos** o **segmentos de borde**. En este caso la etapa de segmentación puede producir agrupaciones diferentes en ambas imágenes.
 - La restricción de unicidad debe reformularse de forma que incorpore no solamente las primitivas utilizadas, sino también la relación geométrica tridimensional con sus vecinos.
 - Se puede expresar en función del solapamiento admisible.



Visión 3D: Correspondencia

25

Continuidad de superficie

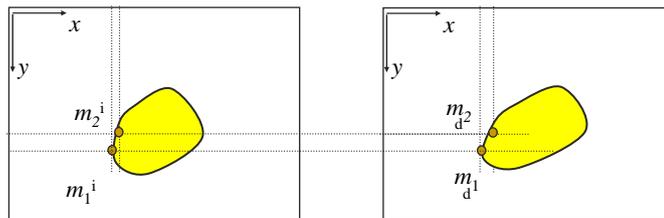
- Los puntos proyectados sobre la imagen pertenecen a las superficies de los objetos de la escena. Estas superficies se asumen continuas presentando discontinuidades únicamente en la separación de los objetos (**principio de cohesión de la materia**).
 - La continuidad de las superficies se traduce en una continuidad en el **mapa de profundidades**.
 - Como vimos anteriormente la profundidad y la disparidad están estrechamente relacionadas, por lo que esta restricción se impone como una **continuidad de las disparidades** en la escena
 - En algunos algoritmos está ligado al proceso de **relajación**.

Visión 3D: Correspondencia

26

Continuidad figural

- Propuesto por **Mayhew y Frisby**, establece la continuidad de las superficies formulada como la continuidad de la disparidad a lo largo de los contornos de las figuras, y no a través de ellas.
- Esta formulación evita los problemas derivados de la discontinuidad en los límites de las superficies.



$$d_1 = x_1^i - x_1^d$$
$$d_2 = x_2^i - x_2^d$$

$$m_1, m_2 \in C_{ob} \quad |\bar{m}_1 - \bar{m}_2| < \Delta_a \Rightarrow |d_1 - d_2| < \Delta_b$$

Posición general

- Ciertos eventos ocurren bastante infrecuentemente, en un sentido estadístico, de forma que permite desestimar correspondencias improbables.
- Permite desestimar correspondencias asociadas a disposiciones geométricas de los objetos improbables.
- Se trata de **restricciones específicas de la aplicación**.

Restricciones para la Correspondencia

- Restricciones geométricas impuestas por el sistema de formación de imágenes
- Restricciones geométricas procedentes de los objetos visualizados:
- **Restricciones fotométricas**
 - Restricción de reflectancia superficial
 - Restricción de compatibilidad fotométrica
 - Restricción de compatibilidad fotométrica diferencial
- Restricciones locales de primitiva

Restricciones fotométricas

- Son restricciones basadas en modelos de interacción de los objetos con la iluminación
 - **Restricción de reflectancia superficial:**
 - Asume un modelo de reflectancia lambertiana para las superficies. La intensidad de la proyección de un punto 3D no depende del punto de vista.

- **Restricción de compatibilidad fotométrica:**
 - La distribución de intensidades entre puntos homólogos debe ser similares

$$\left| I^l(x^l, y^l) - I^r(x^r, y^r) \right| < \Delta_a$$

- **Restricción de compatibilidad fotométrica diferencial:**
 - Dados dos puntos de una imagen cercanos (continuidad de superficie), la diferencia de intensidades entre ambos puntos debe ser similar a la diferencia de intensidades de sus homólogos.

$$\left| (I^l(x^l_1, y^l_1) - I^l(x^l_2, y^l_2)) - (I^r(x^r_1, y^r_1) - I^r(x^r_2, y^r_2)) \right| < \Delta_b$$

- Las restricciones anteriores se deben aplicar sobre **entornos de vecindad** (regiones) ya que los valores puntuales de intensidad en un pixel están sujetos a ruido.

Restricciones para la Correspondencia

- Restricciones geométricas impuestas por el sistema de formación de imágenes
- Restricciones geométricas procedentes de los objetos visualizados:
- Restricciones fotométricas
- **Restricciones locales de primitiva**

Restricciones locales de primitiva

- Compatibilidad entre las características geométricas de pares de posibles correspondencias
 - **Puntos de borde:**
 - Similaridad de orientación del gradiente (signo)
 - Compatibilidad entre diferentes canales
 - **Segmentos de borde:**
 - Compatibilidad de orientación (ángulo)
 - Compatibilidad de longitud
 - Compatibilidad del gradiente
 - **Regiones**
 - Compatibilidad dimensional
 - Compatibilidad de forma

Índice

- El Problema de Correspondencia
- Restricciones aplicadas a la correspondencia
- **Técnicas de correspondencia**

Técnicas de Correspondencia

- Técnicas basadas en Area ("area-based")
 - Correlación de área
 - Estrategias tosco-a-fino
- Técnicas basadas en Características ("feature-based")
 - Teoría computacional de Marr-Poggio
 - Teoría computacional de Mayhew-Frisby
 - Técnicas basadas en segmentos de borde
 - Correspondencia mediante características múltiples
 - Proceso de relajación
- Técnicas Jerárquicas
 - Algoritmo de Hoff y Ahuja
 - Algoritmo de Marapane y Trivedi
- Programación Dinámica
 - Algoritmo de Otha y Kanade
 - Algoritmo de Lee y Leou
- Algoritmos basados en estéreo trinocular