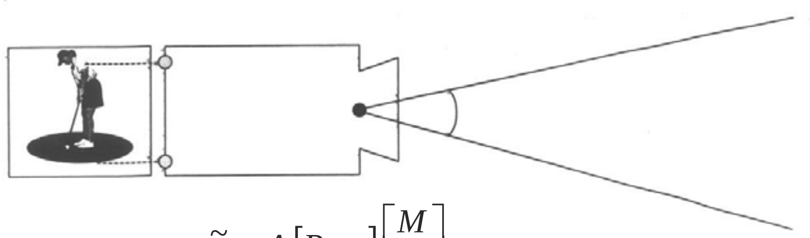
Visión 3D

¿Qué podemos medir con una sola cámara calibrada?

Luis M. Jiménez – José M. Sebastián

Objetivos

- Hasta que punto podemos obtener información de la ubicación de objetos en la escena a partir de una sola vista.
- Una cámara mide ángulos, no distancias:



$$\tilde{m} = A\begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix}\begin{bmatrix} M \\ 1 \end{bmatrix}$$

Estimación de 'Pose'

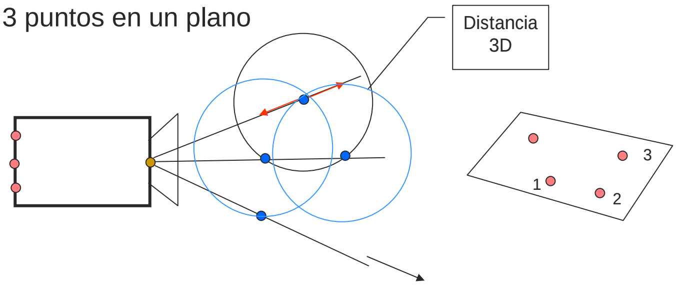
- Definición:
  - '**Pose**' (posición y orientación) de un objeto a partir de:
    - Conocimiento de la estructura del objeto (ej. Distancias entre marcas en el objeto)
    - Una imagen tomada con <u>cámara calibrada</u> en la que se puedan identificar las marcas
  - Existen muchos algoritmos en función la representación de la orientación y de la estructura del objeto.

Estimación de 'Pose'

- Estimación de '**Pose**' de un objeto mediante marcas:
  - Conocemos la matriz de parámetros intrínsecos *A* ([R,t] permiten fijar referencias absolutas)
  - 6 gdl (3 posición, 3 orientación)
  - Cada marca proporciona dos restricciones
  - Se precisan al menos 3 marcas (las distancias entre ellas)

Estimación de ‘Pose’: 3 puntos en un plano

- 3 puntos en un plano



$$\tilde{m} = A\begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix}\begin{bmatrix} M \\ 1 \end{bmatrix}$$

Centro Óptico

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} -R^T t \\ 1 \end{bmatrix}$$

Dirección: punto infinito

$$\tilde{m} = A\begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix}\begin{bmatrix} M_\infty \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \tilde{M}_\infty = \begin{bmatrix} R^T A^{-1}\tilde{m} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Estimación de ‘Pose’: 3 puntos en un plano

- Solución analítica:
  - Ecuación de las rectas proyección:

$$\tilde{Q}_i = \begin{bmatrix} -R^T t \\ 1 \end{bmatrix} + \lambda_i \begin{bmatrix} R^T A^{-1}\tilde{m}_i \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R^T t + \lambda_i R^T A^{-1}\tilde{m}_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$d^2{}_{12} = \left\| \lambda_1 R^T A^{-1}\tilde{m}_1 - \lambda_2 R^T A^{-1}\tilde{m}_2 \right\|^2$$

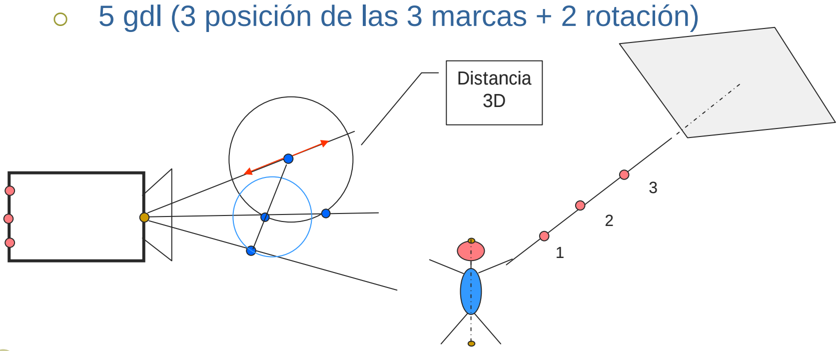
$$d^2{}_{13} = \left\| \lambda_1 R^T A^{-1}\tilde{m}_1 - \lambda_3 R^T A^{-1}\tilde{m}_3 \right\|^2$$

$$d^2{}_{23} = \left\| \lambda_2 R^T A^{-1}\tilde{m}_2 - \lambda_3 R^T A^{-1}\tilde{m}_3 \right\|^2$$

- 3 ecuaciones cuadráticas con tres incógnitas $2^3=8$ soluciones si las proyecciones son no coplanares (el plano no pasa por el centro óptico). 4 por delante de la cámara
  - Solución única: Utilizar un 4º punto

Estimación de 'Pose': 3 puntos alineados

- Ejemplo: Estimación de la 'pose' de una barra con 3 marcas:
  - Conocemos la distancia entre marcas y la matriz de calibración
  - 5 gdl (3 posición de las 3 marcas + 2 rotación)



Estimación de 'Pose': 3 puntos alineados

- Solución analítica:
  - Ecuación de las rectas proyección:

$$\tilde{Q}_i = \begin{bmatrix} -R^T t \\ 1 \end{bmatrix} + \lambda_i \begin{bmatrix} R^T A^{-1} \tilde{m}_i \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R^T t + \lambda_i R^T A^{-1} \tilde{m}_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_i \\ 1 \end{bmatrix}$$

distancias

$$d^2_{12} = \left\| \lambda_1 R^T A^{-1} \tilde{m}_1 - \lambda_2 R^T A^{-1} \tilde{m}_2 \right\|^2$$

$$d^2_{13} = \left\| \lambda_1 R^T A^{-1} \tilde{m}_1 - \lambda_3 R^T A^{-1} \tilde{m}_3 \right\|^2$$

3 puntos alineados

$$Q_3 = Q_1 + \lambda \left(Q_2 - Q_1 \right)$$

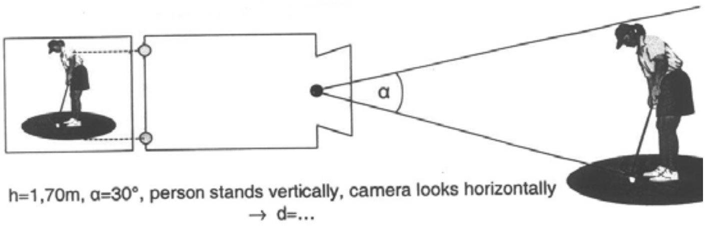
$$R^T A^{-1} \left(\lambda_3 \tilde{m}_3 - \lambda_1 \tilde{m}_1 \right) = R^T A^{-1} \lambda \left(\lambda_2 \tilde{m}_2 - \lambda_1 \tilde{m}_1 \right)$$

$$\lambda_3 \tilde{m}_3 - \lambda_1 \tilde{m}_1 = \lambda \left(\lambda_2 \tilde{m}_2 - \lambda_1 \tilde{m}_1 \right)$$

- Solución única por delante de la cámara

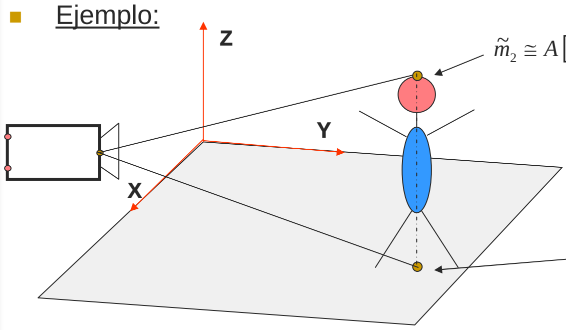
Estimación de 'Pose': altura sobre un plano

- Altura de un objeto sobre un plano (suelo)



Estimación de 'Pose': altura sobre un plano

- Ejemplo:



$$\tilde{m}_2 \cong A\begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ h \\ 1 \end{bmatrix} = AR\left(\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ h \end{bmatrix} + R^T t\right)$$

Calculamos X1,Y1

$$\tilde{m}_1 \cong A\begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

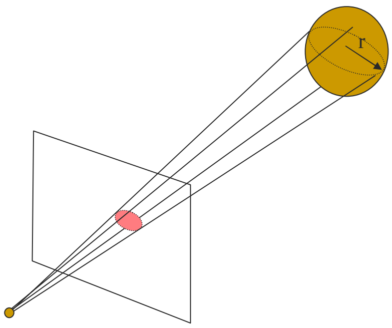
$$A = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 200 \\ 0 & 1000 & 200 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & -1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}, t = \begin{bmatrix} -3.5355 \\ -5.0000 \\ -42.4264 \end{bmatrix}$$

$$m_1 = \begin{bmatrix} 181.48 & 121.43 \end{bmatrix}^T, m_2 = \begin{bmatrix} 219.23 & 118.41 \end{bmatrix}^T$$

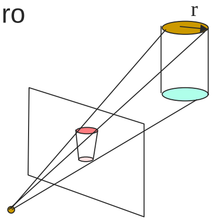
$$\boxed{\left[\tilde{m}_2\right]_\times AR\left(\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ h \end{bmatrix} + R^T t\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}$$

Estimación de 'Pose': otros ejemplos

- Pose conocido el radio de una esfera



- Pose conocido el radio de un cilindro



- Pose conocido el radio de un disco