2º Ingeniería Industrial

Teoría de Circuitos y Sistemas

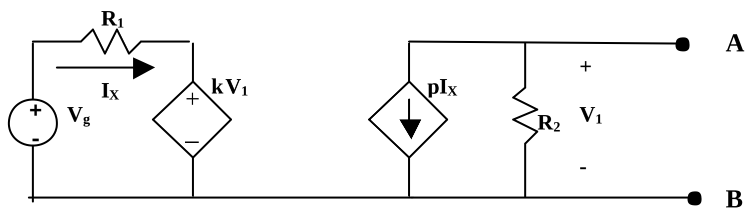
2º parcial. Fecha: 13 junio 2003

PROBLEMA 1 (Valoración: 3puntos)

Para el circuito de la figura, obtened los circuitos equivalentes de Norton y de Thevenin entre los terminales A-B:

Datos:

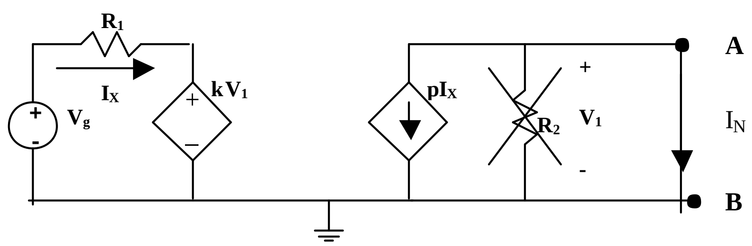
k = 0.05	Vg = 10V	R1 = 5Ω
p = 100		R2 = 0.5Ω



SOLUCIÓN:

Cálculo de la corriente de Norton, I_N:

$I_N = (I_{AB})_{cortocircuito}$

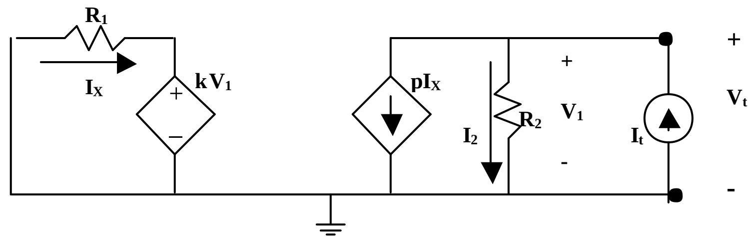


Si se cortocircuitan los terminales A-B, la resistencia R_2 queda también cortocircuitada, por tanto V1 = 0, y la fuente de tensión kV1 también se anula. De esta forma, la corriente de Norton es igual a la corriente de la fuente pI_X pero en sentido opuesto:

$$I_N = -pI_X = -p\frac{V_g}{R_1} = -100\frac{10}{5} = -200\text{A}$$

Cálculo de la resistencia de Norton (de Thevenin), $R_N = R_{TH}$:

Para calcular la resistencia de Thevenin se utilizará el método test, para ello se anulan las fuentes independientes del circuito y se coloca una fuente test entre los terminales A-B, en este caso, se utiliza una fuente de corriente como fuente test:



Del circuito anterior, se deduce que:

$$V_1 = Vt$$

$$I_x = \frac{0 - kV_1}{R_1} = \frac{-kV_t}{R_1}$$

y aplicando análisis de nodos en el nodo V_t:

$$pI_X + I_2 = I_t$$

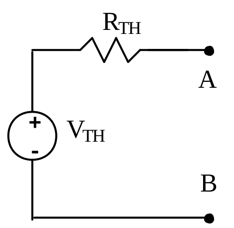
Sustituyendo el valor de la corriente I_X en esta última ecuación:

$$p\frac{-kV_t}{R_1} + \frac{V_t}{R_2} = I_t \rightarrow \left(p\frac{-k}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)V_t = I_t \rightarrow R_{TH} = \frac{V_t}{I_t} = \frac{1}{p\frac{-k}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

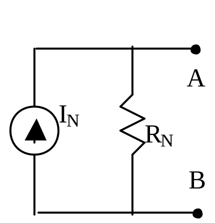
$$R_{TH} = \frac{V_t}{I_t} = \frac{1}{p\frac{-k}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{100\frac{-0.05}{5} + \frac{1}{0.5}} = 1$$

A partir de los valores de R_{TH} e I_N, se obtiene la V_{TH} :

$$I_N = -200A$$
$$R_{TH} = 1\Omega$$
$$V_{TH} = I_N \cdot R_{TH} = -200V$$



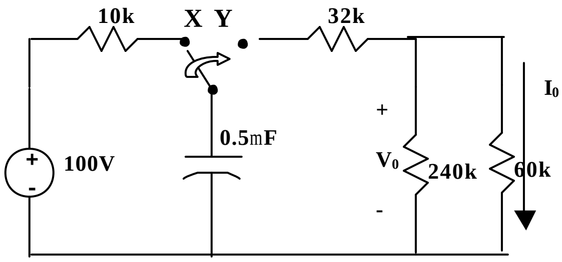
EQUIVALENTE
THEVENIN



EQUIVALENTE
NORTON

PROBLEMA 2 (Valoración: 3 puntos)

El interruptor del circuito de la figura ha estado en la posición X mucho tiempo. En el instante t = 0 se cambia instantánemente el interruptor a la posición Y.



a) Encontrar la tensión $V_0(t)$ y la corriente $I_0(t)$ para el intervalo de tiempo $0 < t < \infty$.
b) Representar gráficamente de forma aproximada las expresiones anteriores.

SOLUCIÓN:

El circuito anterior es un circuito de primer orden, se hallará la tensión en el condensador en primer lugar y a partir de ella se obtendrán los datos pedidos $V_0(t)$ e $I_0(t)$.

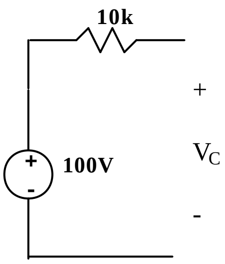
Transitorio en t = 0:

$$V_C(t) = V_{Cfinal} + (V_{Cinicial} - V_{Cfinal}) \cdot e^{-t/\tau}; \quad \tau = R_{eq} \cdot C$$

Vamos a hallar los parámetros: V_{Cfinal}, $V_{Cinicial}$ y R_{eq}

Circuito para t<0:

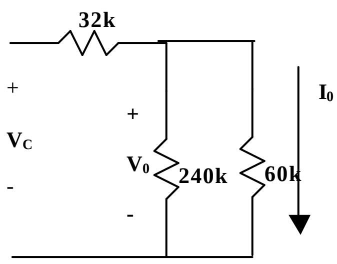
El condensador es un circuito abierto en DC:



por lo tanto:

$$V_C(0^-) = V_{C\,inicial} = 100V$$
$$I_0(0^-) = 0mA$$
$$V_0(0^-) = 0V$$

Circuito para t>0:



a partir del circuito anterior se obtiene V_{Cfinal} y R_{eq}:

$$V_{Cfinal} = V_C(\infty) = V_+ - V_- = 0V$$

R_{eq}= 240k en paralelo con 60 k y en serie con 32k.
R_{eq}= 240//60 + 32 = 48 + 32 = 80kΩ
R_{eq}= 80kΩ

Sustituyendo en la ecuación del transitorio:

$$V_C(t) = 0 + (100-0)\cdot e^{-t/\tau}; \quad \tau = R_{eq}\cdot C = 80\cdot 10^3\cdot 0.5\cdot 10^{-6} = 0.04s = 40ms; \quad \frac{1}{\tau} = 25$$

$$V_C(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 100e^{-25t}V & t\ge 0 \end{cases}$$

Ahora se obtienen $V_0(t)$ e $I_0(t)$ para t >=0, a partir del circuito para t > 0 y el dato de la tensión en el condensador :

$V_0(t)$ es la tensión del divisor de tensión: $V_0(t) = V_C(t)\cdot\dfrac{48}{32+48} = \ldots = 60e^{-25t}V$

y obviamente: $I_0(t) = \dfrac{V_0(t)}{60} = \ldots = e^{-25t}mA$

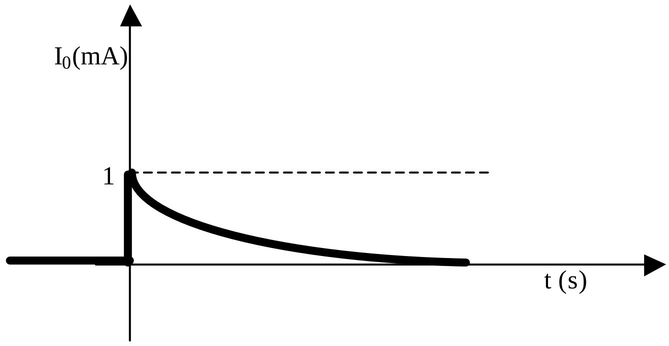
Por tanto, los valores de $V_0(t)$ e $I_0(t)$ para todo el intervalo temporal son:

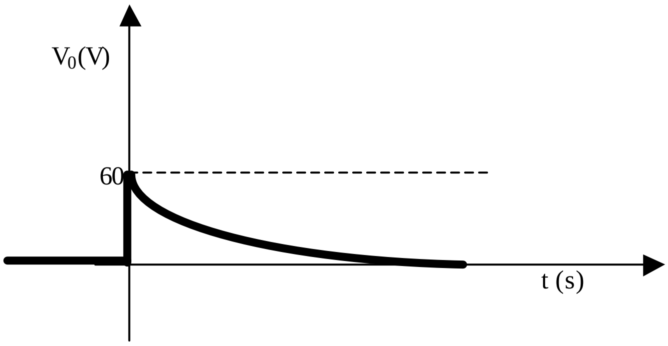
$$V_0 = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 60e^{-25t}V & t\ge 0 \end{cases} \qquad I_0 = \begin{cases} 0 & t<0 \\ e^{-25t}mA & t\ge 0 \end{cases}$$

Para realizar la representación gráfica, se detalla el resultado anterior:

$$V_0 = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 60V & t=0^+ \\ 60e^{-25t}V & t>0 \\ 0 & t\to\infty \end{cases} \qquad I_0 = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 1mA & t=0^+ \\ e^{-25t}mA & t>0 \\ 0 & t\to\infty \end{cases}$$

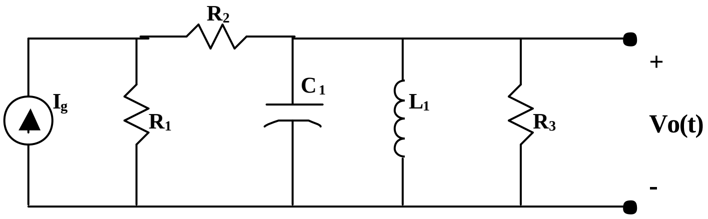
En los gráficos siguientes es posible apreciar el cambio brusco de corriente y tensión que se produce en t=0.





PROBLEMA 3 (Valoración: 4 puntos)

En el siguiente circuito:



a) Calculad la tensión Vo(t).
b) Calculad las potencias medias consumidas o generadas por cada componente.

Datos:

Ig = 3 · cos (200·t) mA

$R_1 = 22\Omega$ $\quad R_2 = 6\Omega$ $\quad R_3 = 5\Omega$

$C_1 = 12.5mF$ $\quad L_1 = 2mH$

SOLUCIÓN:

a)Cálculo de la tensión Vo(t):

Se utilizara el sistema de unidades (V, A, Ω), antes de analizar el circuito, pasamos todas las variables a fasores:

$$I_g = 3 \cdot \cos(200 \cdot t)\ \mathrm{mA} \rightarrow \hat{I}_g = 3 \cdot 10^{-3} e^{j0} = 3 \cdot 10^{-3}$$

$$\omega = 200 \mathrm{rad/s}$$

$$Z_1 = 22$$

$$Z_2 = 6$$

$$Z_3 = 5$$

$$Z_L = j\omega L = j \cdot 200 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 0.4j$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j \cdot 12.5 \cdot 10^{-3} \cdot 200} = -0.4j$$

Agrupamos las impedancias en paralelo para simplificar el análisis:

$$Z_{eq} = Z_C // Z_L // Z_3 = Z_3 = 5$$

$$Z_C // Z_L = \frac{Z_C \cdot Z_L}{Z_C + Z_L} = \infty \rightarrow \text{circuito abierto}$$

Circuito resultante:

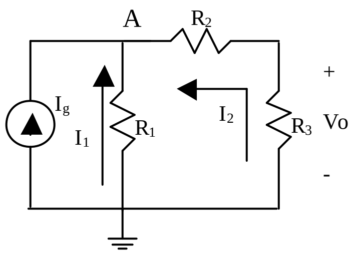
$$\hat{V}_g = \hat{I}_g \cdot Z_1 = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 22 = 66 \cdot 10^{-3} \text{V}$$

Vo es la tensión en el divisor de tensión:

$$\hat{V}_o = \frac{\hat{V}_g}{Z_1 + Z_2 + Z_3} Z_3 = \frac{66 \cdot 10^{-3}}{22+6+5} 5 = 10 \cdot 10^{-3} = 0.01\text{V} = 10\text{mV}$$

$$\hat{V}_o = 0.01 \rightarrow V_o(t) = 0.01\cos(200t)\text{V}$$

c) Cálculo de las potencias medias consumidas o generadas por cada componente:



Nodos en A:

$$\hat{I}_g + \hat{I}_1 + \hat{I}_2 = 0$$

$$3 \cdot 10^{-3} + \frac{-\hat{V}_A}{22} + \frac{-\hat{V}_A}{6+5} = 0$$

$$\hat{V}_A = 22 \cdot 10^{-3} \text{V}$$

$$\hat{I}_1 = -10^{-3} \text{A}$$

$$\hat{I}_2 = -2 \cdot 10^{-3} \text{A}$$

Potencias medias en cada componente:

$$P(C) = 0$$

$$P(L) = 0$$

$$P(R_1) = \frac{1}{2}\left|\hat{I}_1\right|^2 \cdot R_1 = \frac{1}{2} \cdot (10^{-3})^2 \cdot 22 = 22 \cdot 10^{-6} \text{W} = 22\mu\text{W}$$

$$P(R_2) = \frac{1}{2}\left|\hat{I}_2\right|^2 \cdot R_2 = \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 6 = 12 \cdot 10^{-6} \text{W} = 12\mu\text{W}$$

$$P(R_3) = \frac{1}{2}\left|\hat{I}_3\right|^2 \cdot R_3 = \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 5 = 10 \cdot 10^{-6} \text{W} = 10\mu\text{W}$$

$$P(I_g) = \frac{1}{2}\text{Re}\left\{-\hat{V}_A \cdot \hat{I}_g^{\,*}\right\} = \frac{1}{2}\text{Re}\left\{-22 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-3}\right\} = -33 \cdot 10^{-6} \text{W}$$