UNIVERSITAS Miguel Hernández

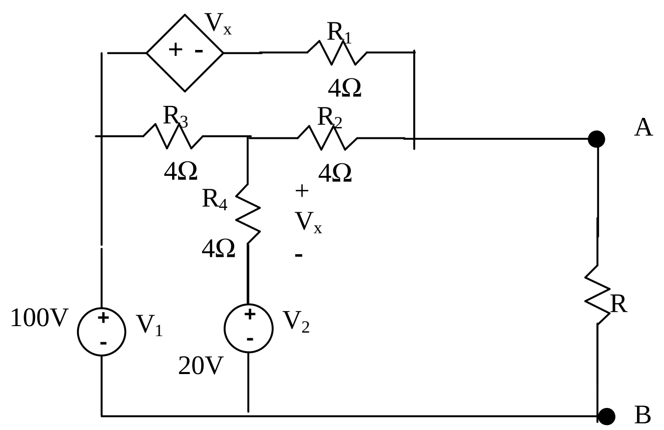
2º Ingeniería Industrial

Teoría de Circuitos y Sistemas

Fecha: 8 septiembre 2003

PROBLEMA 1 (Valoración: 3puntos)

a) Encuentra el valor de R que permite que el circuito que se muestra en la figura suministre la máxima potencia a los terminales A y B.
b) Determina la máxima potencia administrada a R
c) ¿Qué porcentaje de la potencia total generada por las fuentes se suministra a la resistencia de carga R?



SOLUCIÓN:

- Encuentra el valor de R que permite que el circuito que se muestra en la figura suministre la máxima potencia a los terminales A y B.

Por el teorema de máxima transferencia de potencia se ha de cumplir que $R=R_{TH}$, por tanto se debe calcular la resistencia de Thévenin entre los terminales A-B, para ello se aplica el método test, anulando las fuentes independientes del circuito y colocando una fuente test entre los terminales A-B, en este caso, se utiliza una fuente de tensión como fuente test:

$$R_{TH} = \frac{V_{test}}{I_{test}} = \frac{1}{I_{test}}$$

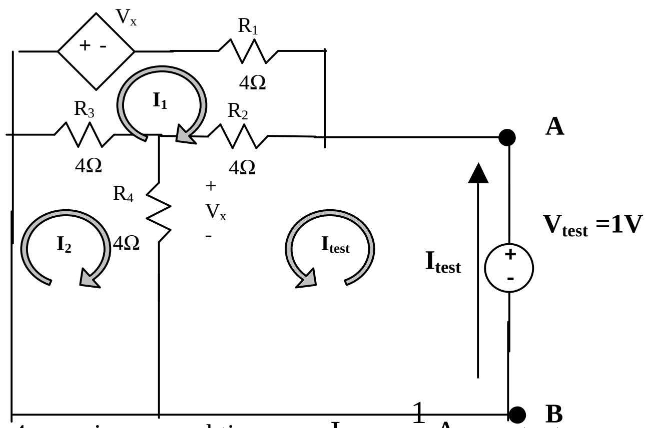
Y se obtiene el valor de I_{test} analizando el circuito por mallas:

Malla 1 $\rightarrow$ $-V_X = 4I_1 + 4(I_1 + I_{test}) + 4(I_1 - I_2)$

Malla 2 $\rightarrow$ $0 = 4(I_2 - I_1) + 4(I_2 + I_{test})$

Malla 3 $\rightarrow$ $1 = 4(I_1 + I_{test}) + 4(I_2 + I_{test})$

y además $\rightarrow$ $V_X = 4(I_2 + I_{test})$



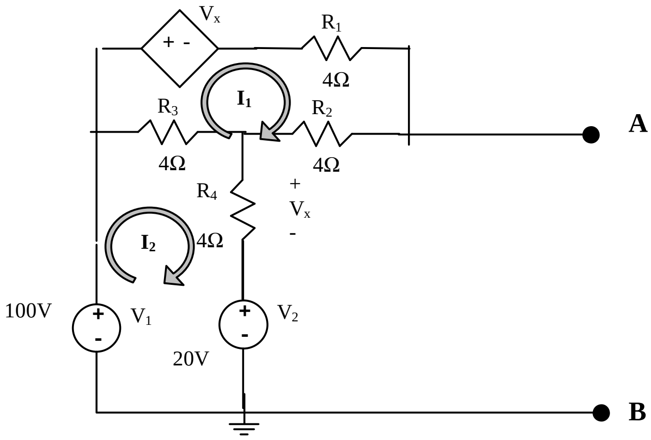
Resolviendo el sistema anterior de 4 ecuaciones, se obtiene que $I_{test} = \frac{1}{2} A$, por tanto:

$$R_{TH} = \frac{V_{test}}{I_{test}} = \frac{1}{I_{test}} = 2\Omega \rightarrow$$

$\boxed{\mathbf{R = R_{TH} = 2}\mathrm{W}}$

También es posible hallar el valor de R_{TH} calculando la tensión en circuito abierto (V_{TH} = 60V) y la corriente de Norton (I_N =30A), siendo $R_{TH} = V_{TH} / I_N$.

<u>Cálculo de V_{TH}:</u>



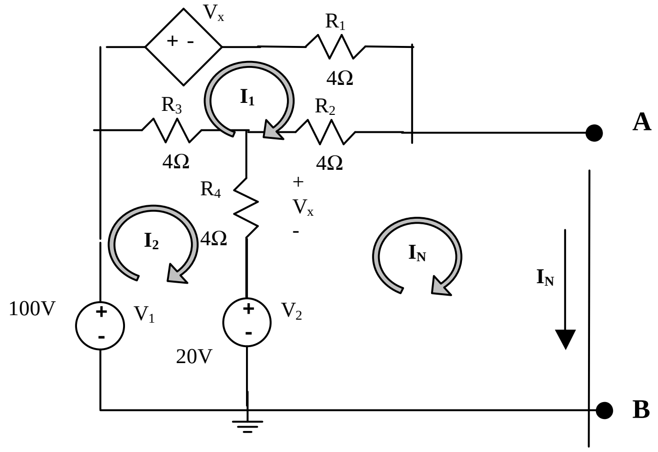
Utilizando la ley de mallas,

Malla 1 $\rightarrow$ $-V_X = 4I_1 + 4I_1 + 4(I_1 - I_2)$
Malla 2 $\rightarrow$ $100 - 20 = 4(I_2 - I_1) + 4I_2$
y además $\rightarrow$ $V_X = 4I_2$

....resolviendo: I_1 = 0A y I_2 = 10A

Luego, $V_{TH} = 20 + V_X + 4I_1 = 20 + 10 \cdot 4 = 60V$

Cálculo de I_N :

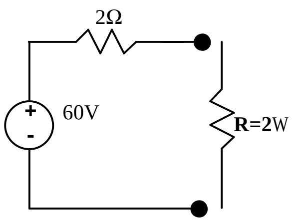


Utilizando la ley de mallas,

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Malla 1} \rightarrow & -V_X = 4I_1 + 4(I_1 - I_N) + 4(I_1 - I_2) \\ \text{Malla 2} \rightarrow & 100 - 20 = 4(I_2 - I_1) + 4(I_2 - I_N) \\ \text{Malla 3} \rightarrow & 20 = 4(I_N - I_2) + 4(I_N - I_1) \end{array}\right\} \quad \text{....resolviendo: } I_N = 30A$$

$$\text{y además} \rightarrow \quad V_X = 4(I_2 - I_N)$$

- Determina la máxima potencia administrada a R:

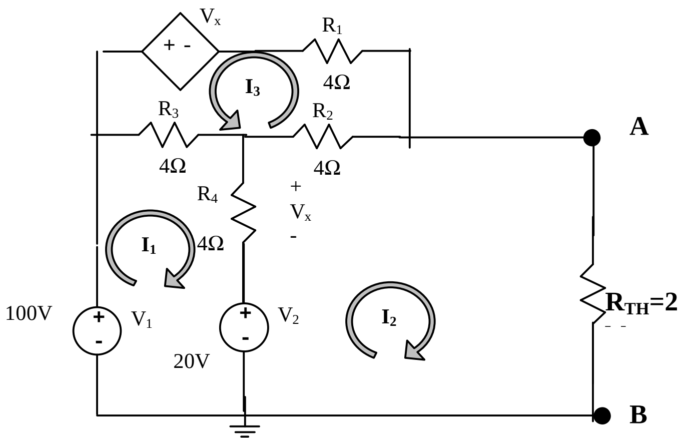


$$P = \frac{V_{TH}^{\ 2}}{4R_{TH}} = \frac{60^2}{4\cdot 2} = 450W$$

$$\boxed{\mathbf{P = 450W}}$$

- ¿Qué porcentaje de la potencia total generada por las fuentes se suministra a la resistencia de carga R?

Para responder a esta pregunta hay que averiguar la potencia que generan o consumen las fuentes con el circuito original cargado con R = 2Ω. Por lo tanto, se debe analizar el siguiente circuito:



Utilizando la ley de mallas,

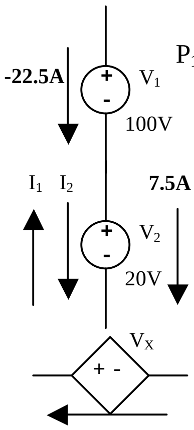
$$\left.\begin{array}{ll}
\text{Malla 1} \;\rightarrow & 100-20=4(I_1+I_3)+4(I_1-I_2) \\
\text{Malla 2} \;\rightarrow & 20=4(I_2-I_1)+4(I_2+I_3)+2I_2 \\
\text{Malla 3} \;\rightarrow & V_X=4(I_3+I_1)+4(I_3+I_2)+4I_3 \\
\text{y además} \rightarrow & V_X=4(I_1-I_2)
\end{array}\right\}$$

....resolviendo: I_1 = 22.5A, I_2 = 15A, I_3 = -10A.

Cálculo de la potencia en las resistencias (elementos PASIVOS):

$$P_{R_{TH}} = {I_2}^2 \cdot R_{TH} = 15^2 \cdot 2 = 450W$$
$$P_{R_1} = {I_3}^2 \cdot R_1 = 10^2 \cdot 4 = 400W$$
$$P_{R_2} = (I_2+I_3)^2 \cdot R_2 = (15-10)^2 \cdot 4 = 100W$$
$$P_{R_3} = (I_1+I_3)^2 \cdot R_2 = (22.5-10)^2 \cdot 4 = 625W$$
$$P_{R_4} = (I_1-I_2)^2 \cdot R_2 = (22.5-15)^2 \cdot 4 = 225W$$

Cálculo de la potencia en las fuentes, según el criterio de signos pasivo:



$P_{100V} = V_1 \cdot (-I_1)$ = 100 · -22.5 = -2250 W → fuente ACTIVA

$P_{20V} = V_2 \cdot (I_1 - I_2)$ = 20 · 7.5 = 150 W → fuente PASIVA

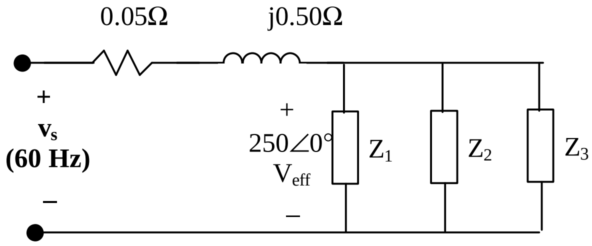
$P_{Vx} = V_X \cdot I_3$ = 30 · 10 = 300 W → fuente PASIVA

Sólo hay una fuente que produce potencia, V_1, por tanto el total de potencia generada es 2250W y la potencia consumida por R_{TH} es 450W, y con estos dos valores se calcula el porcentaje pedido:

%P **suministrada a la carga** = 100 · 450 / 2250 = **20%**

PROBLEMA 2 (Valoración: 3puntos)

Las tres cargas en el circuito de la figura se pueden describir de la siguiente manera: la carga Z_1 absorbe una potencia media de 8kW con un factor de potencia inductivo de 0.8. La carga Z_2 absorbe 20kVA con un factor de potencia capacitivo de 0.6. La carga Z3 es un impedancia de 2.5+5j Ω. Obtener la expresión para $v_s(t)$ en estado estacionario si la frecuencia de la fuente es de 60 Hz.



SOLUCIÓN:

A partir de los datos del enunciado es posible calcular el valor de cada una de las impedancias, conocidas éstas, ya se obtiene fácilmente expresión para $v_s(t)$.

Carga Z_1:

P = 8kW
fp = 0.8

$$|S| = \frac{P}{fp} = \frac{8000}{0.8} = 10000\text{VA}$$

$$Q = \sqrt{|S|^2 - P^2} = \sqrt{10000^2 - 8000^2} = 6000\text{VAR}$$

$$\boxed{\mathbf{Z_1 = 5 + 3.75j}\ \text{W}}$$

$$\text{Ieff} = \frac{|S|}{\text{Veff}} = \frac{10000}{250} = 40\text{Aeff}$$

$$P = \text{Ieff}^2 \cdot R \rightarrow R = \frac{P}{\text{Ieff}^2} = \frac{8000}{40^2} = 5$$

$$Q = \text{Ieff}^2 \cdot X \rightarrow X = \frac{Q}{\text{Ieff}^2} = \frac{6000}{40^2} = 3.75$$

Carga Z_2:

$$|S| = 20\text{kVA}$$
$$\text{fp} = 0.6 \quad \text{capacitivo}$$
$$P = |S| \cdot \text{fp} = 20000 \cdot 0.6 = 12000\text{W}$$
$$Q = \sqrt{|S|^2 - P^2} = \sqrt{20000^2 - 12000^2} = -16000\text{VAR}$$
$$\text{Ieff} = \frac{|S|}{\text{Veff}} = \frac{20000}{250} = 80\text{Aeff}$$
$$P = \text{Ieff}^2 \cdot R \to R = \frac{P}{\text{Ieff}^2} = \frac{12000}{80^2} = 1.875$$
$$Q = \text{Ieff}^2 \cdot X \to X = \frac{Q}{\text{Ieff}^2} = \frac{-16000}{80^2} = -2.5$$

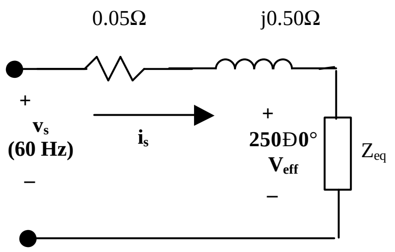
Z_2 = 1.875 -2.5j W

Y Z_3 es conocida,

Z_2 = 2.5 + 5j W

La impedancia equivalente al conjunto de Z_1, Z_2 y Z_3 en paralelo:

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{5 + 3.75j} + \frac{1}{1.875 - 2.5j} + \frac{1}{2.5 + 5j} \to Z_{eq} = 2.5\Omega$$

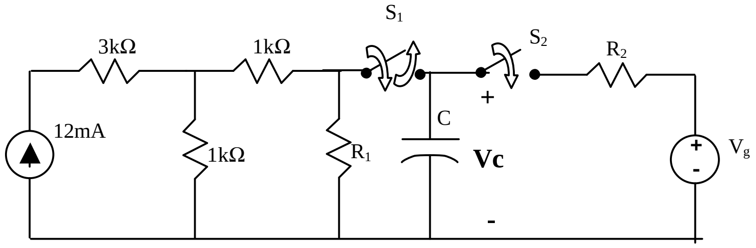


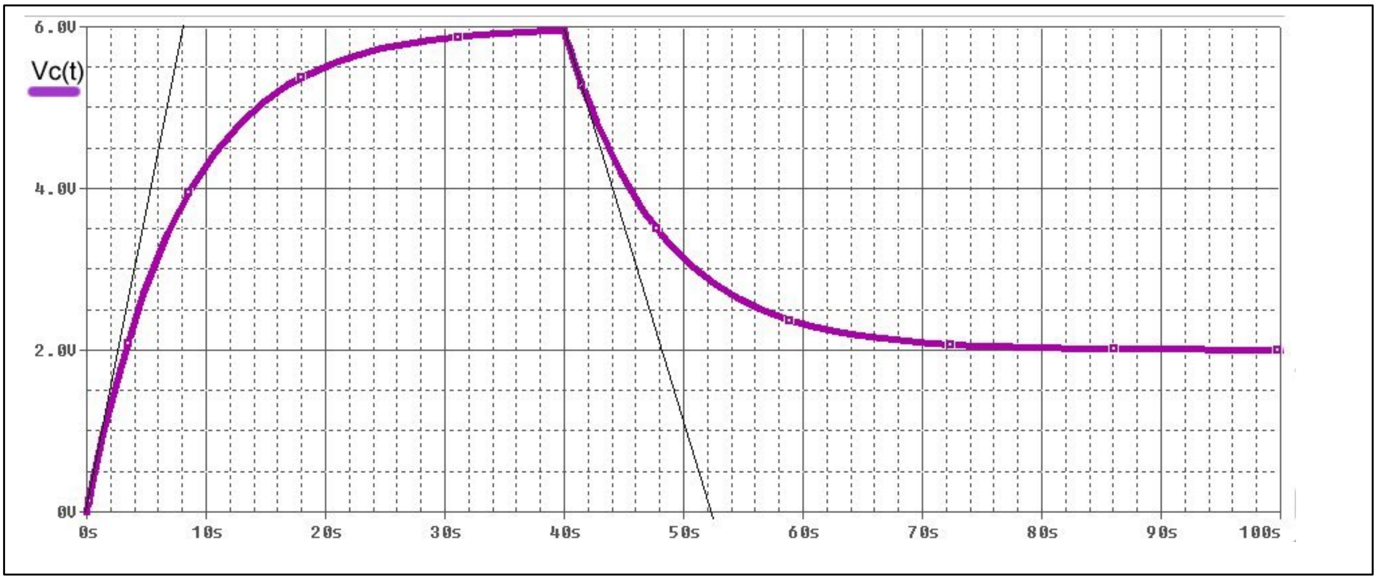
$$i_s = \frac{250\text{Veff}}{2.5} = 100\text{Aeff}$$
$$v_s = 250\text{Veff} + (0.05 + 0.5j) \cdot 100\text{Aeff} = 255 + j50 = 259.86\angle 11.09^{\circ}\ \text{Veff}$$

v_s(t)=Ö2·259.86·cos(120pt+11.09º)

PROBLEMA 3 (Valoración: 4puntos)

En el circuito de la figura se desconocen los valores de R_1, R_2, V_g y C.
Inicialmente los interruptores S_1 y S_2 se encuentran abiertos. En t = 0 se cierra S_1. Al cabo de 40 segundos se cierra el interruptor S_2 y se abre de nuevo S_1.
Se pide obtener razonadamente los mencionados valores a partir de la curva de comportamiento de la tensión en extremos del condensador descrita en la figura.



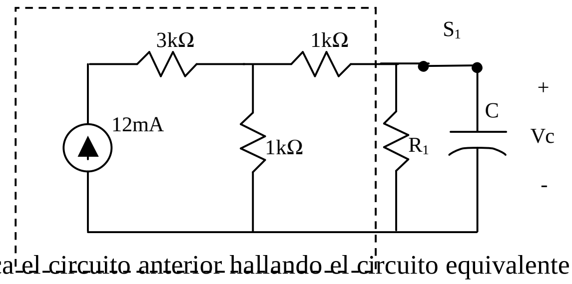


SOLUCIÓN:

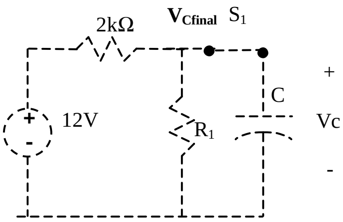
En el gráfico se aprecian los dos transitorios que ocurren en el circuito durante el intervalo de tiempo considerado: durante el primer transitorio el condensador se carga pasando a valer su tensión de 0 a 6V, y en el segundo transitorio se descarga hasta 2V.

1º transitorio: carga del C de 0 a 6V (S_1 se cierra en t = 0, t∈[0 ,40s])

Del gráfico se deduce que $V_{Cinicial} = 0$ y $V_{Cfinal} = 6V$, y con el dato del valor de V_{Cfinal} se calcula el valor de R_1.



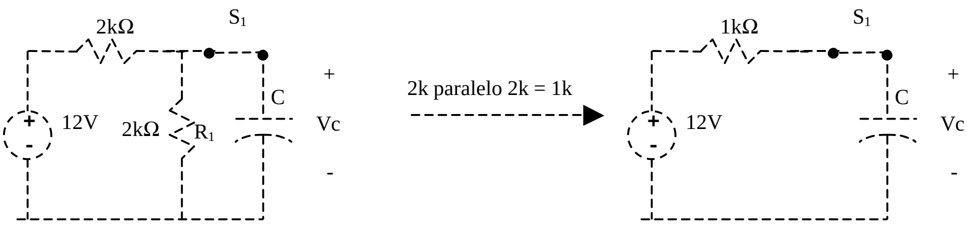
Se simplifica el circuito anterior hallando el circuito equivalente Thévenin entre los terminales de R_1. La R_{TH} es igual al equivalente serie de las dos resistencias de 1kΩ, es decir, $R_{TH} = 2$ kΩ. Y V_{TH} se obtiene fácilmente utilizando la ley de Ohm sobre una de las resistencias de 1kΩ, siendo $V_{TH} = 12V$. De forma que el circuito anterior se reduce a:



Sabiendo que $V_{Cfinal} = 6V$, se obtiene R_1

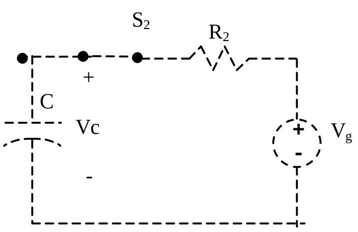
$$V_{Cfinal} = 12\frac{R_1}{2+R_1} \rightarrow \boxed{\mathbf{R1 = 2kW}}$$

El valor de la capacidad del condensador se obtiene a partir del dato de la constante de tiempo del transitorio (τ =RC) que se deduce a su vez del gráfico: el valor de τ es el instante en que la pendiente en el origen corta a la asíntota del valor final de la tensión, luego τ = 8s.



$$\tau = RC = 8s$$
$$\tau = 1 \cdot 10^3 \cdot C = 8 \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{C = 8mF}}$$

2º transitorio: descarga del C de 6 a 2V (S_1 se abre y S_2 se cierra en t = 40, t∈[40 ,∞])



Del gráfico se deduce que $V_{Cfinal} = 2V$, por tanto

$$\boxed{\mathbf{V_g = V_{Cfinal} = 2V}}$$

El valor de τ para este transitorio es también el instante en que la pendiente en el origen corta a la asíntota del valor final de la tensión, luego para este 2º transitorio τ = 8s. (en el gráfico 48s, pero como el intervalo considerado comienza en 40s, 48-40 = 8s) y con el dato de τ = 8s se halla el valor de R_2:

$$\tau = R_2 C = 8s$$
$$\tau = R_2 \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 8 \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{R_2 = 1k}W}$$