2º Ingeniería Industrial

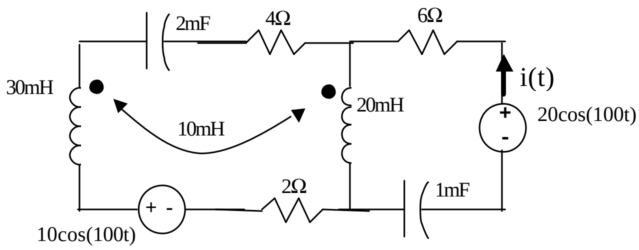
Teoría de Circuitos y Sistemas

1er parcial. Fecha: 5 febrero 2005

PROBLEMA 1 (Valoración 3 puntos)

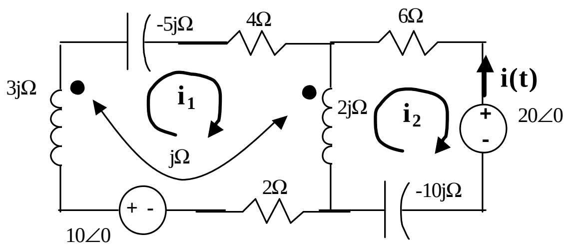
Dado el circuito de la figura, se pide:

- Calcular i(t) expresado como una función del tiempo.
- Calcular las potencias real, reactiva y aparente en la fuente de tensión de 20V.
- Decir si esa fuente cede o absorbe potencia real y si cede o absorbe potencia reactiva.



SOLUCIÓN:

En primer lugar, se expresan las capacidades e inductancias como impedancias (teniendo en cuenta que la frecuencia angular son 100 rad/s) y las tensiones como fasores:



A continuación se plantean las ecuaciones de análisis por mallas:

$$2\cdot i_1 - 10 + 3j\cdot i_1 - j\cdot(i_1 - i_2) - 5j\cdot i_1 + 4\cdot i_1 + 2j\cdot(i_1 - i_2) - j\cdot i_1 = 0$$

$$-10j\cdot i_2 + 2j\cdot(i_2 - i_1) + j\cdot i_1 + 6\cdot i_2 + 20 = 0$$

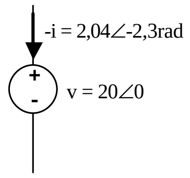
Resolviendo:

$$i_1 = 1{,}79 + 0{,}37j \qquad i_2 = -1{,}37 - 1{,}52j$$

El dato pedido será:

$$\boxed{\mathbf{i = -i_2 = 1{,}37 + 1{,}52j = 2{,}04\angle 0.84rad \qquad i(t) = 2{,}04\cdot\cos(100t + 0{,}84)\,V}}$$

Para el cálculo de la potencia los sentidos de tensión e intensidad deben ser concordantes, por lo tanto se usará –i(t) en lugar de i(t):

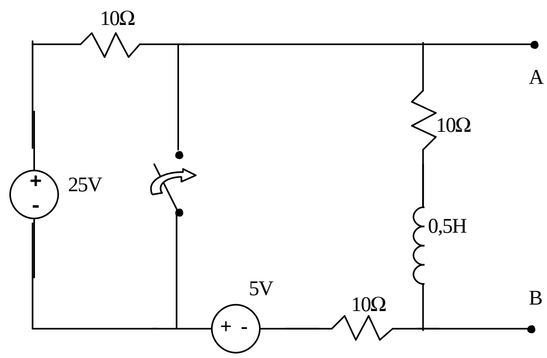


$$\boxed{\begin{aligned} &\mathbf{P = \frac{20\cdot 2{,}04}{2}\cdot \cos(2{,}3) = -13{,}59W \quad (cede\ potencia\ real)}\\ &\mathbf{Q = \frac{20\cdot 2{,}04}{2}\cdot sen(2{,}3) = 15{,}21VAR \quad (absorbe\ potencia\ reactiva)}\\ &\mathbf{S = \frac{20\cdot 2{,}04}{2} = 20{,}4VA} \end{aligned}}$$

NOTA: para el cálculo de la potencia se considera el ángulo que la tensión está desfasada respecto de la intensidad, y no al revés. Por tanto, el desfase es de +2,3 rad.

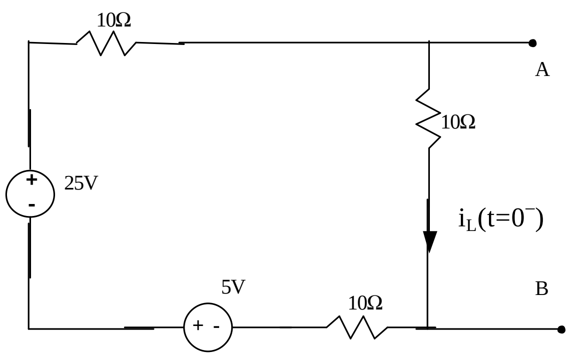
PROBLEMA 2 (Valoración 3 puntos)

En el circuito de la figura, el interruptor lleva mucho tiempo abierto y se cierra en el instante t = 0. Se pide calcular el tiempo que tardará la tensión V_{AB} en alcanzar 0V.



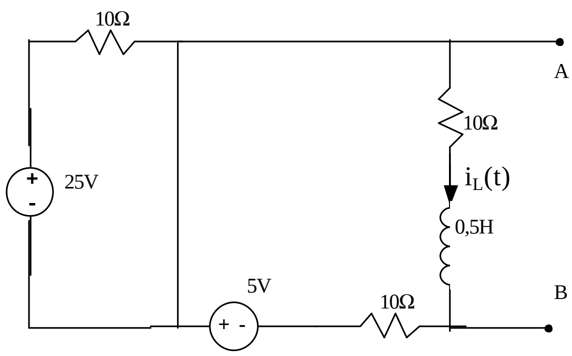
SOLUCION:

Se calculará en primer lugar la expresión para la corriente que circula por la bobina $i_L(t)$:



Condiciones iniciales: $i_L(t=0^-)$ El interruptor está abierto y la bobina es un cortocircuito (régimen permanente)

$i_L(t=0^-)$ = 30V/30Ω = 1A



Circuito para t≥0: El interruptor está cerrado

$$\left.\begin{aligned} &20\cdot i_L(t) + 0{,}5\cdot\frac{di_L(t)}{dt} = 5V\\ &i_L(0) = 1A\\ &\text{Resolviendo para } i_L(t) \text{ se obtiene:} \end{aligned}\right\}$$

$$i_L(t) = 0{,}25 + 0{,}75\cdot e^{-40t}$$

El dato pedido es V_{AB}:

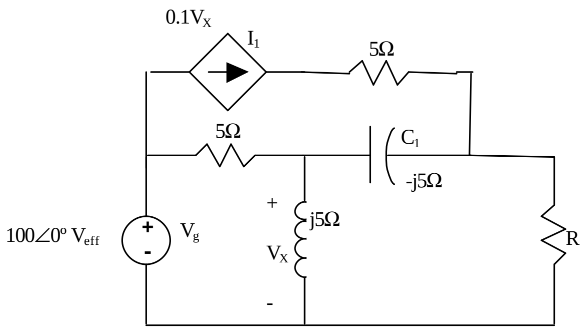
$$v_{AB}(t) = 10 \cdot i_L(t) + 0{,}5 \cdot \frac{di_L(t)}{dt} = 2{,}5 + 7{,}5 \cdot e^{-40t} + 0{,}5 \cdot \left(-30 \cdot e^{-40t}\right) = 2{,}5 - 7{,}5 \cdot e^{-40t}$$

Buscamos el instante en que V_{AB} se iguala a cero:

$$v_{AB}(t) = 2{,}5 - 7{,}5 \cdot e^{-40t} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{t = 27.5ms}}$$

PROBLEMA 3 (Valoración 4 puntos)

En el circuito siguiente,



- Calculad el valor de la resistencia R para que consuma máxima potencia
- Calculad la potencia media suministrada a R
- Si R se sustituye por una impedancia Z, ¿cuál es la máxima potencia media que se puede suministrar a Z?
- ¿Qué porcentaje de la potencia generada en el circuito se suministra a la carga Z en caso de máxima potencia?

SOLUCIÓN:

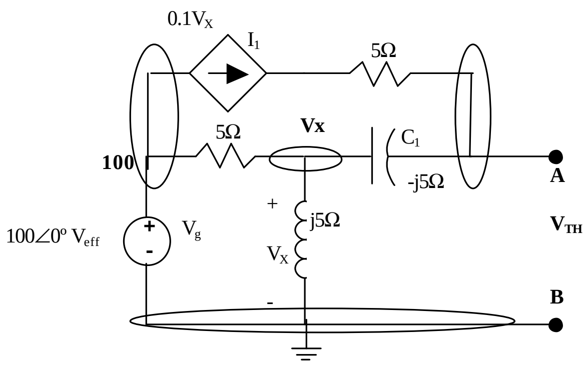
- Calculad el valor de la resistencia R para que consuma máxima potencia.

Según el teorema de máxima transferencia de potencia, el valor de la resistencia R que consume máxima potencia es igual al módulo de la impedancia de Thévenin vista desde los terminales de R:

$$R_{\text{Máxima Potencia}} = // Z_{TH} //$$

Por lo tanto, se ha de obtener el valor de la Z_{TH} vista desde los terminales de R. Como el circuito dispone de una fuente dependiente, Z_{TH} debe obtenerse aplicando el método test o bien hallando V_{TH} e I_N.

Cálculo de V_{TH}:

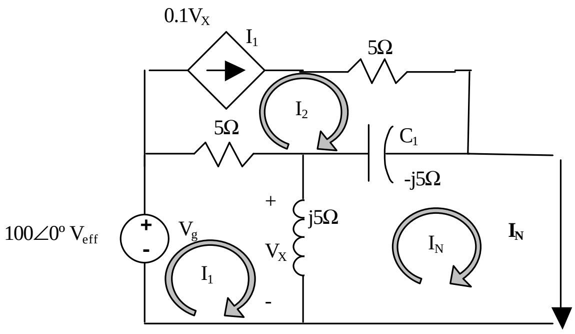


Analizando por nodos:

$V_{TH} = (V_{AB})_{\text{circuito abierto}}$

$V_{TH} = 80 + 60j$

Cálculo de I_N:



Analizando por mallas:

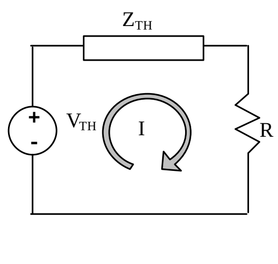
$I_N = (I_{AB})_{\text{cortocircuito}}$

$I_N = 10 + 20j$

$$Z_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{80+60j}{10+20j} = 4-2j$$

$$\boxed{\mathbf{R_{M\acute{a}xima\ Potencia} = // Z_{TH} // = 4.47}\ \mathrm{W}}$$

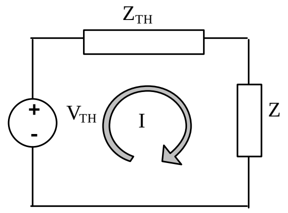
- Calculad la potencia media suministrada a R



$$I = \frac{V_{TH}}{Z_{TH}+R} = \frac{80+60j}{4-2j+4.47} = 7.36+8.82j$$

$$\boxed{\mathbf{P_R} = |I|^2 \cdot R = \ldots = \mathbf{590.17W}}$$

- Si R se sustituye por una impedancia Z, ¿cuál es la máxima potencia media que se puede suministrar a Z?



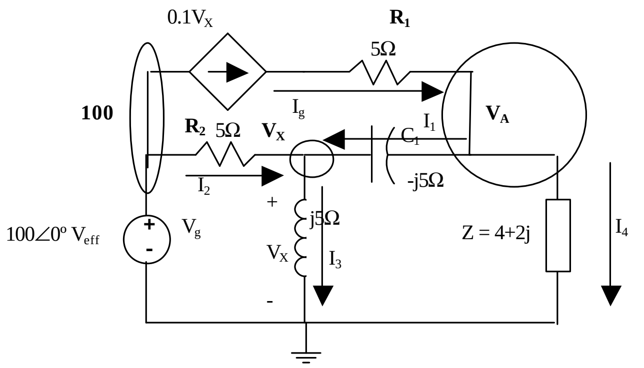
$$Z = Z_{TH}^{*} = 4 + 2j$$

$$I = \frac{V_{TH}}{Z_{TH} + Z} = \frac{80 + 60j}{4 - 2j + 4 + 2j} = \frac{80 + 60j}{8} = 10 - 7.5j$$

$$\boxed{\mathbf{P_R} = |I|^2 \cdot R = \ldots = \mathbf{625W}}$$

- ¿Qué porcentaje de la potencia generada en el circuito se suministra a la carga Z en caso de máxima potencia?

Para responder a esta pregunta hay que realizar un balance de potencias en el circuito cargado con Z = 4+2j, es decir, calcular las potencias de todos los elementos, para así conocer el total de potencia generada y el consumido por Z.



Resolviendo por nodos:

$V_X = 50 + 25j$
$V_A = 25 + 50j$

$I_g = 5 + 2.5j$
$I_1 = 10 - 5j$
$I_2 = -5 - 5j$
$I_3 = 5 - 10j$
$I_4 = 10 + 7.5j$

Potencias:

Fuente de 100 V: S = -1500-250j VA
Fuente dependiente: S= 93.75-437.5j VA
R_1: P = 156.25 W
R_2: P = 625 W
Z: S = 625 +312.5j VA
L: Q = 625j VAR
C: Q = -250j VAR

La potencia generada total son 1500W, y la consumida por Z, 625W, por lo tanto el porcentaje de la potencia generada en el circuito que se suministra a la carga Z en caso de máxima potencia es

$$\boxed{\frac{P_Z}{P_{generada}} = \frac{625}{1500} = \mathbf{41.67\%}}$$

Además, el balance de potencias es correcto, pues se cumple que $\sum P = 0$ y $\sum Q = 0$.