UNIVERSITAS Miguel Hernández

2º Ingeniería Industrial

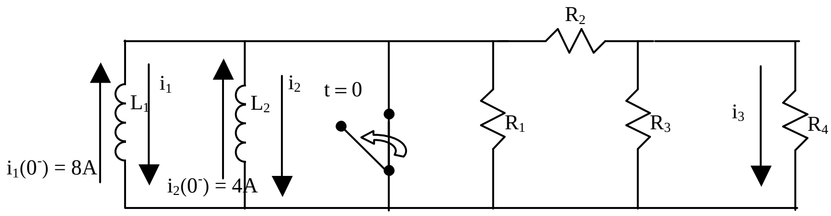
Teoría de Circuitos y Sistemas

Fecha: 18 diciembre 2003

PROBLEMA 1

En el circuito de la figura, las corrientes iniciales en las inductancias L_1y L_2 han sido establecidas por fuentes que no aparecen en la figura y tienen un valor de 8Ay 4A respectivamente. El interruptor se abre en el instante t = 0, anteriormente a ese instante lleva cerrado mucho tiempo.

- Encontrad $i_1(t)$, $i_2(t)$ e $i_3(t)$ para t≥0.



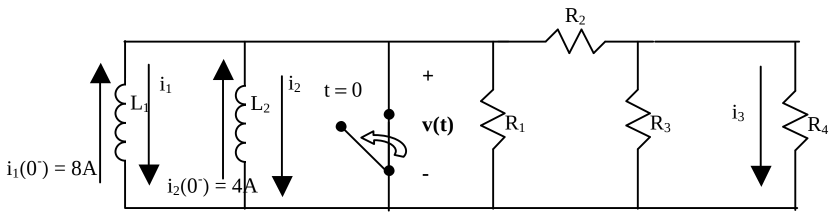
Datos:

L_1=5H	R_1=40Ω	R_3=15Ω
L_2=20H	R_2=4Ω	R_4=10Ω

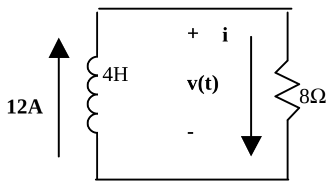
VALORACIÓN: 3 PUNTOS

SOLUCIÓN:

La clave para encontrar las corrientes $i_1(t)$, $i_2(t)$ e $i_3(t)$ es conocer el voltaje v(t).



Este voltaje se puede determinar fácilmente si se reduce el circuito anterior al equivalente siguiente:



donde las inductancias en paralelo se han simplificado a una inductancia equivalente de 4H con una corriente inicial de 12A, y el conjunto de resistencias se reduce a una sola resistencia de 8Ω. Así el valor inicial de i(t) es de 12A, y la constante de tiempo es $\tau = \frac{L}{R_{eq}} = \frac{4}{8} = 0.5s$.

Por lo tanto: $i(t) = i_{final} + (i_{inicial} - i_{final}) \cdot e^{-t/\tau}$;

$$i(t) = 0 + (12 - 0)\cdot e^{-t/0.5} = 12\cdot e^{-2t}\,A; \quad t \geq 0$$

Ahora v(t) no es más que el producto 8·i(t):

$$v(t) = 8\cdot i(t) = 8\cdot 12\cdot e^{-2t} = 96\cdot e^{-2t}\,V; \quad t \geq 0^+$$

En el circuito se aprecia que v(t) = 0 en $t = 0^-$ (debido al cortocircuito que forma el interruptor al estar cerrado), de manera que la expresión para v(t) es válida para $t \geq 0^+$.

Con el dato de v(t) ya se pueden obtener las corrientes $i_1(t)$, $i_2(t)$ e $i_3(t)$:

$$i_1 = \frac{1}{5}\int_0^t 96e^{-2x}dx - 8 = 1.6 - 9.6e^{-2t}\,A \quad t \geq 0;$$

$$i_2 = \frac{1}{20}\int_0^t 96e^{-2x}dx - 4 = -1.6 - 2.4e^{-2t}\,A \quad t \geq 0;$$

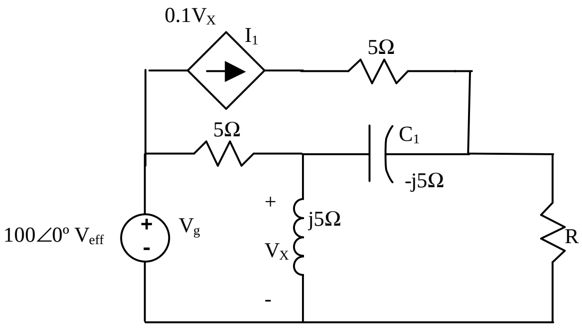
$$i_3 = \frac{v(t)}{10}\,\frac{6}{10} = 5.76e^{-2t}\,A \quad t \geq 0^+;$$

Las expresiones para las corrientes $i_1(t)$ e $i_2(t)$ son válidas para $t \geq 0$, mientras que la expresión para la corriente $i_3(t)$ es sólo válida para $t \geq 0^+$.

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathbf{i_1(t) = 1.6-9.6e^{-2t}A} \\ \mathbf{i_2(t) = -1.6-2.4e^{-2t}A} \\ \mathbf{i_3(t) = 5.76e^{-2t}A} \end{array}}$$

PROBLEMA 2

En el circuito siguiente,



- Calculad el valor de la resistencia R para que consuma máxima potencia
- Calculad la potencia media suministrada a R
- Si R se sustituye por una impedancia Z, ¿cuál es la máxima potencia media que se puede suministrar a Z?
- ¿Qué porcentaje de la potencia generada en el circuito se suministra a la carga Z en caso de máxima potencia?

VALORACIÓN: 3 PUNTOS

SOLUCIÓN:

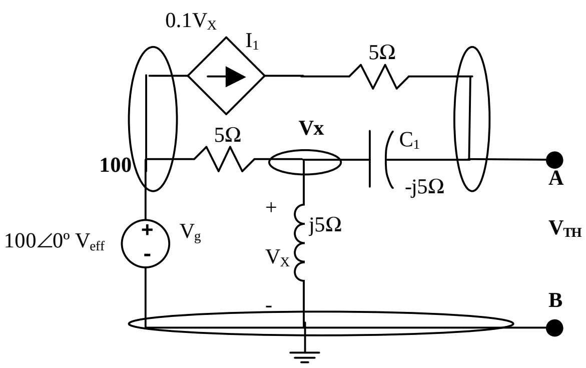
- Calculad el valor de la resistencia R para que consuma máxima potencia.

Según el teorema de máxima transferencia de potencia, el valor de la resistencia R que consume máxima potencia es igual al módulo de la impedancia de Thévenin vista desde los terminales de R:

$$R_{\text{Máxima Potencia}} = // Z_{TH} //$$

Por lo tanto, se ha de obtener el valor de la Z_{TH} vista desde los terminales de R. Como el circuito dispone de una fuente dependiente, Z_{TH} debe obtenerse aplicando el método test o bien hallando V_{TH} e I_N.

Cálculo de V_{TH}:

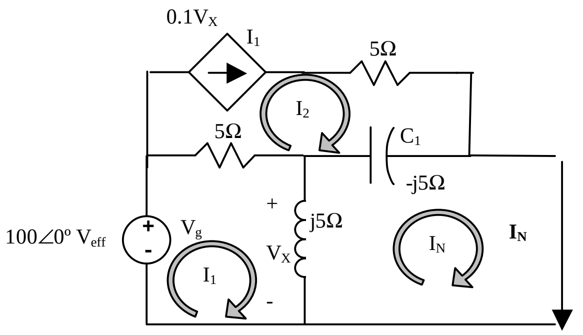


Analizando por nodos:

$$V_{TH} = (V_{AB})_{\text{circuito abierto}}$$

$$V_{TH} = 80 + 60j$$

Cálculo de I_N:



Analizando por mallas:

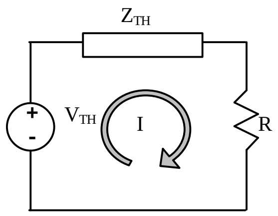
$I_N = (I_{AB})_{\text{cortocircuito}}$

$I_N = 10 + 20j$

$$Z_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{80+60j}{10+20j} = 4-2j$$

R$_{\textbf{Máxima Potencia}}$ = // Z$_{\textbf{TH}}$ // = 4.47 W

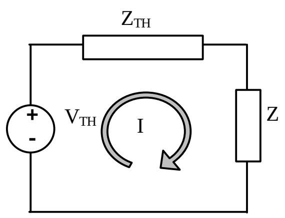
- Calculad la potencia media suministrada a R



$$I = \frac{V_{TH}}{Z_{TH}+R} = \frac{80+60j}{4-2j+4.47} = 7.36+8.82j$$

$$\boxed{\mathbf{P_R} = |I|^2 \cdot R = \ldots = \mathbf{590.17W}}$$

- Si R se sustituye por una impedancia Z, ¿cuál es la máxima potencia media que se puede suministrar a Z?



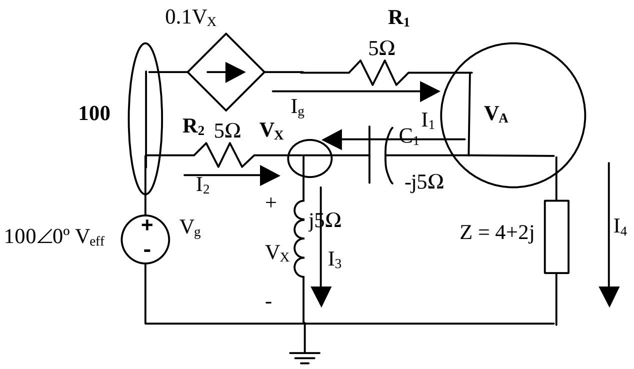
$$Z = Z_{TH}^* = 4+2j$$

$$I = \frac{V_{TH}}{Z_{TH}+Z} = \frac{80+60j}{4-2j+4+2j} = \frac{80+60j}{8} = 10-7.5j$$

$$\boxed{\mathbf{P_R} = |I|^2 \cdot R = \ldots = \mathbf{625W}}$$

- ¿Qué porcentaje de la potencia generada en el circuito se suministra a la carga Z en caso de máxima potencia?

Para responder a esta pregunta hay que realizar un balance de potencias en el circuito cargado con Z = 4+2j, es decir, calcular las potencias de todos los elementos, para así conocer el total de potencia generada y el consumido por Z.



Resolviendo por nodos:

$V_X = 50 + 25j$
$V_A = 25+50j$

$I_g = 5+2.5j$
$I_1 = 10-5j$
$I_2 = -5-5j$
$I_3 = 5-10j$
$I_4 = 10+7.5j$

Potencias:

Fuente de 100 V: S = -1500-250j VA
Fuente dependiente: S= 93.75-437.5j VA
R_1: P = 156.25 W
R_2: P = 625 W
Z: S = 625 +312.5j VA
L: Q = 625j VAR
C: Q = -250j VAR

La potencia generada total son 1500W, y la consumida por Z, 625W, por lo tanto el porcentaje de la potencia generada en el circuito que se suministra a la carga Z en caso de máxima potencia es

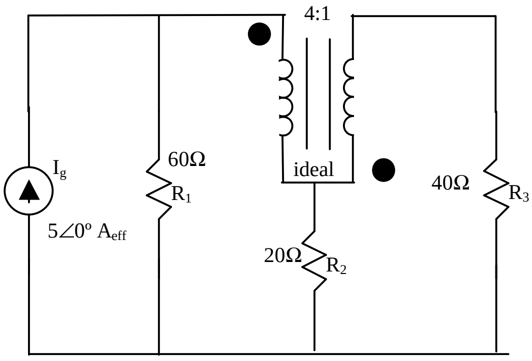
$$\boxed{\frac{P_Z}{P_{generada}} = \frac{625}{1500} = \mathbf{41.67\%}}$$

Además, el balance de potencias es correcto, pues se cumple que $\sum P = 0$ y $\sum Q = 0$.

PROBLEMA 3

En el circuito siguiente,

- Encontrad el equivalente Thevenin visto desde los terminales de la fuente de corriente sinusoidal.
- Encontrad la potencia media suministrada por la fuente de corriente sinusoidal.
- Encontrad la potencia media suministrada a la resistencia de 20Ω



VALORACIÓN: 4 PUNTOS

SOLUCIÓN:

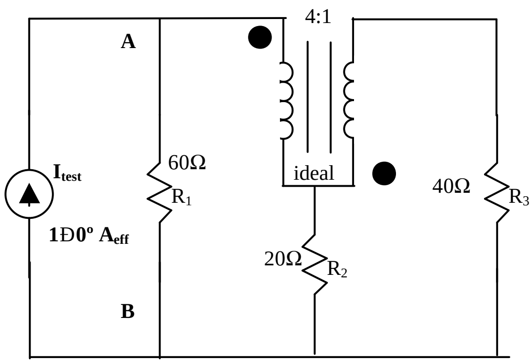
- Encontrad el equivalente Thevenin visto desde los terminales de la fuente de corriente sinusoidal

Se cumple que $V_{TH} = 0$ y $I_N = 0$, puesto que en el circuito visto desde los terminales de la fuente de corriente sinusoidal no hay fuentes.
Para averiguar el valor de la R_{TH} se debe utilizar el método test, puesto que $V_{TH} = 0$ y $I_N = 0$:

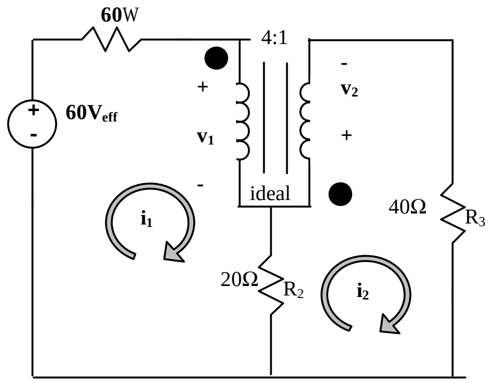
$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_N} = \frac{0}{0} = \text{indeterminación}$$

Por tanto, se coloca una fuente de corriente test de valor 1_{Aeff} entre los terminales A-B, para averiguar así el valor de la R_{TH}:

$$R_{TH} = \frac{V_{test}}{I_{tes}}$$



Se realiza una transformación de fuentes para simplificar el análisis:



y se resuelve el circuito mediante el análisis de mallas haciendo uso de las relaciones de tensión y corriente en el transformador ideal:

$$\left.\begin{array}{l} 60 = 60 \cdot i_1 + v_1 + 20 \cdot (i_1 - i_2) \\ 0 = 40 \cdot i_2 + 20 \cdot (i_2 - i_1) + v_2 \\ \dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{N_1}{N_2} = 4 \\ \dfrac{i_1}{i_2} = -\dfrac{N_2}{N_1} = -\dfrac{1}{4} \end{array}\right\} \longrightarrow \begin{array}{l} i_1 = 0.05\text{A} \\ i_2 = -0.2\text{A} \\ v_1 = 52\text{V} \\ v_2 = 13\text{V} \end{array}$$

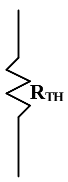
La tensión en la fuente test:

$$V_{test} = v_1 + 20 \cdot (i_1 - i_2) = 52 + 20 \cdot (0.05 + 0.2) = 57\text{V}$$

y el valor de la R_{TH}:

$$R_{TH} = \frac{V_{test}}{I_{tes}} = \frac{57}{1} = 57\Omega$$

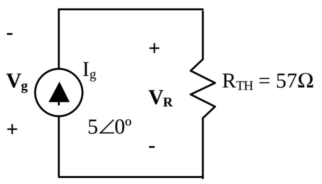
Por tanto el equivalente Thevenin visto desde los terminales de la fuente de corriente sinusoidal es simplemente una resistencia se 57 Ω.



$\boxed{\mathbf{R_{TH} = 57}\text{W}}$

- Encontrad la potencia media suministrada por la fuente de corriente sinusoidal.

Es posible realizar el cálculo de la potencia generada por la fuente utilizando el equivalente Thevenin calculado en el apartado anterior:



$V_R = I \cdot R_{TH} = 5 \cdot 57 = 285$ V

$V_g = - V_R = -285$V

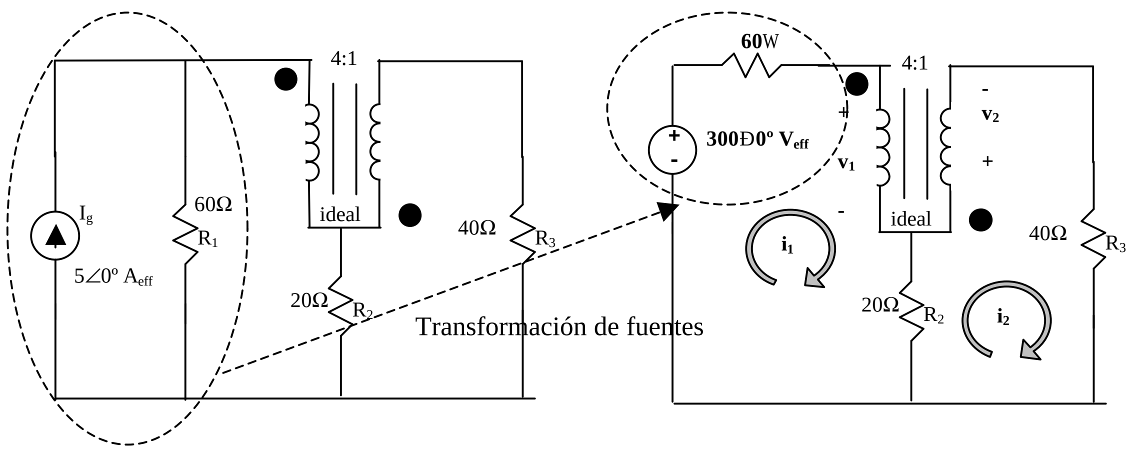
$$\vec{S} = V_g \cdot I_g^* = (-285) \cdot 5 = -1425 VA$$

Potencia generada por la fuente:

$$\boxed{\mathbf{P_g = -1425\ W}}$$

- Encontrad la potencia media suministrada a la resistencia de 20Ω

Para averiguar la potencia consumida por la resistencia de 20Ω es necesario averiguar la corriente que pasa por ella resolviendo el circuito inicial:



$$300 = 60 \cdot i_1 + v_1 + 20 \cdot (i_1 - i_2)$$
$$0 = 40 \cdot i_2 + 20 \cdot (i_2 - i_1) + v_2$$
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{N_1}{N_2} = 4$$
$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{4}$$

$i_1 = 0.25$A
$i_2 = -1$A
$v_1 = 260$V
$v_2 = 65$V

$\mathbf{P_{20W}}=(i_1-i_2)^2 \cdot 20 = \mathbf{31.25W}$