

# 6 Procesamiento morfológico

---

Las tareas de segmentación no suelen dar un resultado exacto de la delimitación de los objetos o regiones de interés. Aparecen píxeles mal clasificados, bordes imprecisos de los objetos o regiones que están solapadas. Por tanto, antes de extraer más características de medio nivel se requiere de una etapa de post-procesamiento. En esta fase se suele emplear el tratamiento morfológico. Es una técnica de procesamiento no lineal de la señal, caracterizada en realzar la geometría y forma de los objetos. Su fundamento matemático se basa en la teoría de conjunto. Aunque en un principio se aplicará sobre imágenes binarizadas, luego se extenderá a imágenes en niveles de grises. Este uso a niveles de grises permitirá vislumbrar que el procesamiento morfológico también se puede utilizar como técnica de procesado de la señal. Concluyendo, estas nuevas herramientas se pueden emplear tanto en el procesado, como en las etapas de segmentación-postprocesado o en fases de mayor nivel de información visual. Actualmente, se puede encontrar aplicaciones en la restauración de imágenes, en la detección de bordes, en el análisis de texturas, en el aumento del contraste y hasta en la compresión de imágenes.

## 6.1 Procesamiento morfológico de imágenes

---

Para la definición de las operaciones básicas del procesamiento morfológico de imágenes binarias, se precisa repasar algunas nociones básicas de la teoría de conjuntos.

- Inclusión:  $Y$  es subconjunto de  $X$  si todos los elementos de  $Y$  pertenecen a  $X$ :

$$Y \subseteq X \Leftrightarrow (p \in Y \Rightarrow p \in X) \quad (6.1)$$

La inclusión es reflexiva ( $X \subseteq X$ ), antisimétrica ( $Y \subseteq X$  y  $X \subseteq Y \Rightarrow X = Y$ ) y transitiva ( $Y \subseteq X$  y  $X \subseteq Z \Rightarrow Y \subseteq Z$ ). Un conjunto que cumpla estas tres condiciones se dice que es un conjunto totalmente ordenado.

- Intersección: La intersección de dos conjuntos  $X$  e  $Y$  es el conjunto de los elementos que pertenecen a ambos conjuntos:

$$X \cap Y = (p \mid p \in X \text{ y } p \in Y) \quad (6.2)$$

La intersección es conmutativa, asociativa e idempotente. Esta última propiedad es importante en Morfología e indica que  $X \cap X = X$ .

- Unión: La unión de dos conjuntos se constituye por los elementos que pertenecen a uno o al otro:

$$X \cup Y = (p \mid p \in X \text{ o } p \in Y) \quad (6.3)$$

Al igual que la intersección, la unión de conjuntos es conmutativa, asociativa e idempotente.

- Extensiva y antiextensiva: Una transformación,  $\Psi$ , sobre un conjunto,  $X$ , es extensiva si el conjunto entrada está incluido en el conjunto salida. Se dice que es antiextensiva cuando el resultado de la transformación está incluido en el conjunto de la entrada:

$$\text{Extensiva: } X \subseteq \Psi(X) \quad \text{AntiExtensiva: } X \supseteq \Psi(X) \quad (6.4)$$

- Idempotente: Una transformación,  $\Psi$ , es idempotente cuando al aplicarla otra vez sobre sí misma, el resultado se mantiene:

$$\Psi(\Psi(X)) = \Psi(X) \quad (6.5)$$

El objetivo de las transformaciones morfológicas es la extracción de estructuras geométricas en los conjuntos sobre los que se opera, mediante la utilización de otro conjunto de forma conocida, al que se le denomina elemento estructurante. El tamaño y forma del elemento estructurante se elige, a priori, de acuerdo con la morfología sobre la que va a interseccionar y en función de la obtención de formas que se desea extraer. En la figura adjunta, aparecen algunos tipos de elementos estructurantes, empleados en el procesamiento morfológico.



Figura 6. 1. Elementos estructurantes típicos

### 6.1.1 Erosión binaria

La transformación de la erosión es el resultado de comprobar si el elemento estructurante  $B$  está completamente incluido dentro del conjunto  $X$ . Cuando no ocurre, el resultado de la erosión es el conjunto vacío:

$$\varepsilon_B(X) = X \ominus B = \{x \mid B_x \subseteq X\} \quad (6. 6)$$

Cuando los objetos de la escena sean menores que el elemento estructurante, éstos desaparecerán. Otra interpretación de la erosión supone tomar el valor mínimo de la imagen en el entorno de vecindad definido por el elemento estructurante.

Su utilidad consiste en definir una geometría determinada al elemento estructurante y pasarlo sobre la imagen. Los objetos menores al elemento estructurante no aparecerán en la imagen resultante. Los objetos que queden de la transformación habrán sido degradados. Por tanto, la erosión supone una degradación de la imagen. La aplicación iterativa de esta transformación hará que se eliminen todos los objetos existentes en la imagen. La erosión es una transformación antiextensiva:

$$\varepsilon_B(X) \subseteq X \quad (6. 7)$$



Figura 6. 2 a) Imagen original, b) Imagen segmentada, c) Imagen erosionada con elemento estructurante tipo disco de radio 2

**Resolución Matlab**

```
>>imgEnt=imread('rice.png');imshow(imgEnt);pause;
>>umbral=graythreshold(imgEnt);
>>imgBW=im2BW(imgEnt, umbral);
>> se = strel('disk',2);
>> imgEroBW = imerode(imgBW,se);
```

**6.1.2 Dilatación binaria**

La dilatación es la transformación dual a la erosión. El resultado de la dilatación es el conjunto de puntos del elemento estructurante B tal que al menos está contenido en algún elemento de X, cuando el elemento estructurante se desplaza sobre el conjunto X:

$$\delta_b(X) = X \oplus B = \{x \mid X \cap B_x \neq \emptyset\} \quad (6.8)$$

Esta operación representa un crecimiento progresivo del conjunto X. Al pasar el elemento estructurante dentro del conjunto, éste no se modificará. Sin embargo, en la frontera del conjunto, al desplazar a B, el conjunto se expansionará. La aplicación iterada de este operador haría degradar la imagen, haciendo coincidir la imagen con el conjunto X. La dilatación es una transformación extensiva:

$$X \subseteq \delta_b(X) \quad (6.9)$$

La dilatación también se interpreta como el valor máximo del entorno de vecindad definido por el elemento estructurante.

Las aplicaciones de las operaciones de erosión seguida con una dilatación no son conmutativas. Los resultados son diferentes dando paso a las aperturas y cierres morfológicos.



**Resolución Matlab**

```
>>imgEnt=imread('coins.png');imshow(imgEnt);pause;
>>umbral=graythresh(imgEnt);
>>imgBW=im2BW(imgEnt, umbral);
>> se = strel('disk',5);
>> imgDilBW = imdilate(imgBW,se);
>> imshow([imgBW,imgDilBW]);
```

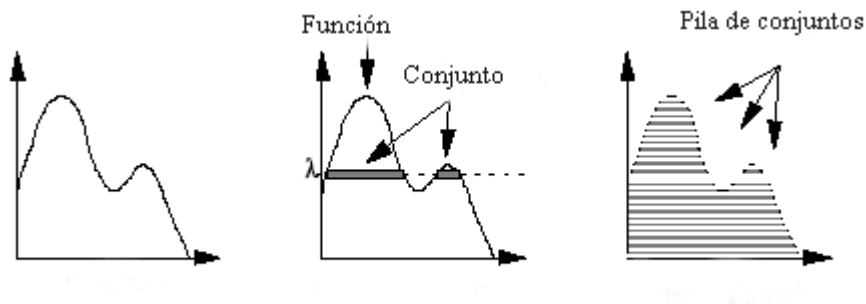
**6.1.3 Procesamiento morfológico en niveles de grises**

Las operaciones de erosión y dilatación son crecientes, respetan el orden presente en la estructura del conjunto. Para dos imágenes  $f$  y  $g$ :

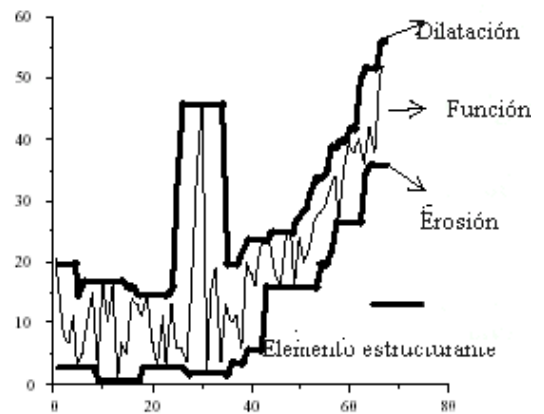
$$\begin{aligned} \text{Si } f \leq g &\Rightarrow \varepsilon(f) \leq \varepsilon(g) \\ \text{Si } f \leq g &\Rightarrow \delta(f) \leq \delta(g) \end{aligned} \quad (6.10)$$

Gracias a esta propiedad, las operaciones morfológicas pueden extenderse del caso binario a la escala de grises, puesto que estas últimas señales pueden expresarse como una suma de imágenes binarias.

Desde un punto de vista formal, una función puede ser vista como una pila de conjuntos decrecientes. Cada conjunto es la intersección entre el umbral de la función y un plano horizontal.



La erosión de una función en un punto será el valor mínimo de la función dentro de la ventana definida por el elemento estructurante,  $B$ , cuando el origen de  $B$  esté situado en dicho punto. La dilatación de una función será la operación dual. Retornará el valor máximo de la función definido por el elemento estructurante:



$$\begin{aligned}\varepsilon_B(f) &= f \ominus B = \min(f(x-y), y \in B) \\ \delta_B(f) &= f \oplus B = \max(f(x-y), y \in B)\end{aligned}\quad (6.11)$$

El resultado de la erosión sobre imágenes en niveles de grises hace que la imagen de salida sea más oscura. La imagen resultado de la dilatación es una imagen más clara.

### Resolución Matlab

```
>>imgEnt=imread('cameraman.tif');imshow(imgEnt);pause;
>>se = strel('disk',3);
>>imgDilGris = imdilate(imgEnt,se);
>>imgEroGris = imerode(imgEnt,se);
>>imshow([imgEnt,imgEroGris,imgDilGris]);
```

Erosión y dilatación en niveles de grises



#### 6.1.4 Apertura y cierre

Usando los operadores elementales de erosión y dilatación, se pueden diseñar operaciones de realce de las formas de los objetos. La erosión binaria suele utilizarse para eliminar pequeños objetos, práctica que suele ser utilizada en la fase de post-procesado, después de la segmentación. Sin embargo, tiene el inconveniente de disminuir el tamaño del resto de los objetos. Este efecto puede ser subsanado con una aplicación en cascada de erosión y dilatación binaria con igual elemento estructurante. A esta operación se la llama apertura (*opening*).

$$\gamma_B(X) = X \circ B = \delta_B(\varepsilon_B(X)) \quad (6.12)$$

La apertura binaria elimina todos los objetos que no están completamente contenidos en el elemento estructurante, pero además no disminuye el tamaño a los objetos que superen la erosión. Sin embargo, la imagen resultante no recupera la misma forma de los objetos filtrados de la imagen de entrada. Esta operación puede ser ideal para la eliminación de ruido, aunque no preserva la geometría de los objetos. Los bordes serán suavizados.

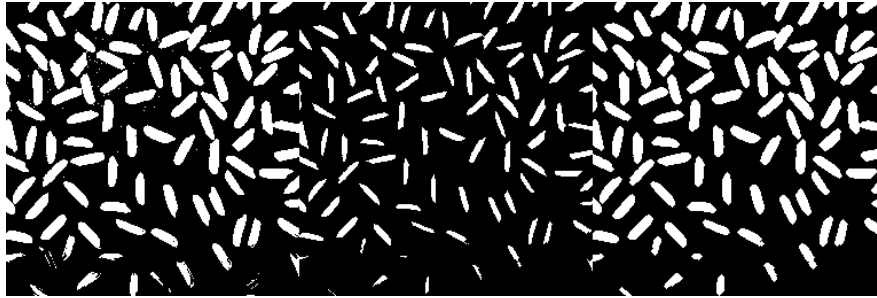


Figura 6. 3 a) Imagen segmentada, b) erosión con elemento estructurante de disco de radio 2, c) Apertura con elemento estructurante de disco de radio 2

### Resolución Matlab

```
>>imgEnt=imread('rice.png');imshow(imgEnt);pause;
>>umbral=graythres(imgEnt);
>>imgBW=im2BW(imgEnt, umbral);
>>se = strel('disk',2);
>>imgEroBW = imerode(imgBW,se);
>>imgOpenBW = imopen(imgBW,se);
>>imshow([imgBW,imgEroBW, imgOpenBW]);
```

Por el contrario, la dilatación binaria opera engrandando los objetos, cerrando los agujeros y las grietas. El ensanchamiento de los objetos puede ser reducido mediante la aplicación seguida de una erosión. La operación combinada de dilatación y erosión es llamada cierre (*closing*):

$$\varphi_B(X) = X \bullet B = \varepsilon_B(\delta_B(X)) \quad (6.13)$$

El cierre binario morfológico produce que la dilatación rellene las estructuras que la erosión no puede separar. Los contornos de los objetos también serán suavizados, pero habiendo rellanado las fisuras.

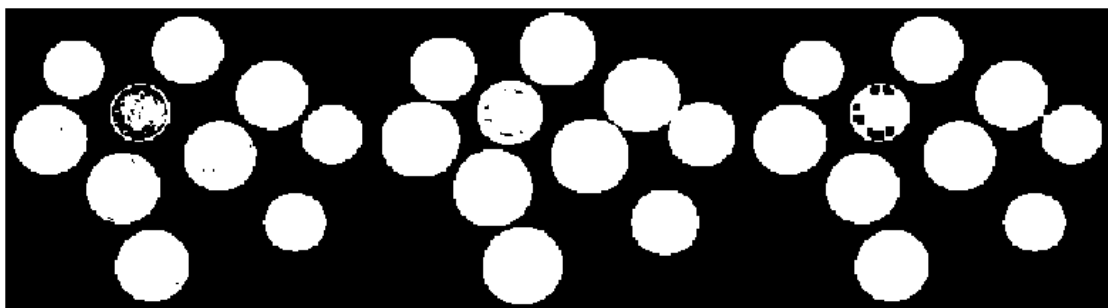


Figura 6. 4 a) Imagen segmentada, b) dilatación c) Cierre

**Resolución Matlab**

```
>>imgEnt=imread('coins.png');imshow(imgEnt);pause;
>>umbral=graythresh(imgEnt);
>>imgBW=im2BW(imgEnt, umbral);
>>se = strel('disk',3);
>>imgDilBW = imdilate(imgBW,se);
>>imgCloseBW = imclose(imgBW,se);
>>imshow([imgBW,imgDilBW, imgCloseBW]);
```

En imágenes en niveles de grises, la apertura eliminará formas claras menor que el elemento estructurante; mientras el cierre, los objetos oscuros, serán atenuados.

Apertura y cierre en niveles de grises

**Resolución Matlab**

```
>>imgEnt=imread('cameraman.tif');imshow(imgEnt);pause;
>>se = strel('disk',3);
>>imgOpenGris = imopen(imgEnt,se);
>>imgCloseGris = imclose(imgEnt,se);
>>imshow([imgEnt,imgOpenGris,imgCloseGris]);
```

El cierre y la apertura son operaciones idempotentes:

$$\begin{aligned} X \bullet B &= (X \bullet B) \bullet B \\ X \circ B &= (X \circ B) \circ B \end{aligned} \quad (6.14)$$

La aplicación de una segunda vez o sucesivas de un *closing* o un *opening* con igual elemento estructurante no muestra cambios de una a otra.

Las transformaciones del conjunto inicial,  $X$ , sobre un elemento estructurante refleja las siguientes relaciones de extensión y antiextensión:

$$X \ominus B \subseteq X \circ B \subseteq X \subseteq X \bullet B \subseteq X \oplus B \quad (6.15)$$



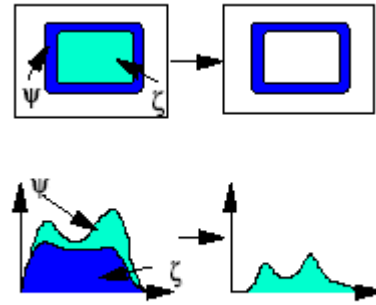
### 6.1.5 Gradiente morfológico

El residuo de dos operaciones  $\psi$  y  $\zeta$  es su diferencia. Para el caso de conjunto, esta diferencia se define como:

$$\rho_{\psi\zeta}(X) = \psi(X) \setminus \zeta(X)$$

Y en el caso de las funciones:

$$\rho_{\psi\zeta}(X) = \psi(X) - \zeta(X) \tag{6.17}$$



El primer residuo que se puede definir en Morfología es el gradiente. Debido a las relaciones de extensión y antiextensión definidas sobre los operadores morfológicos se establece el concepto de gradiente morfológico. El gradiente morfológico o de Beucher es la diferencia entre la imagen original y su erosión o entre una dilatación y la imagen original o entre una dilatación y una erosión:

$$\begin{aligned} g^-(X) &= X \setminus (X \ominus B) && \text{gradiente por erosión} \\ g^+(X) &= (X \oplus B) \setminus X && \text{gradiente por dilatación} \\ g(X) &= (X \oplus B) \setminus (X \ominus B) && \text{gradiente simétrico} \end{aligned} \tag{6.18}$$

Su utilidad está en la localización de los bordes o perímetro de los objetos. La elección del tipo de gradiente morfológico dependerá de la geometría de los objetos.

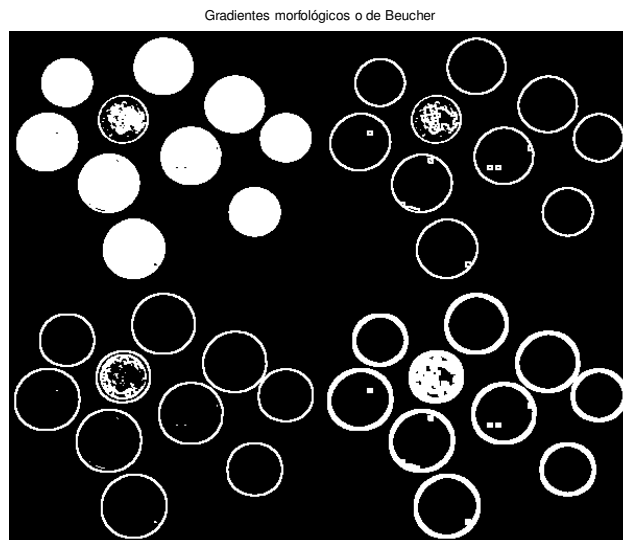


Figura 6. 5 a) Imagen segmentada b) gradiente por erosión, c) gradiente por dilatación d) gradiente por simetría

### Resolución Matlab

```
>>imgEnt=imread('coins.png');imshow(imgEnt);pause;
>>umbral=graythresh(imgEnt);
>>imgBW=im2BW(imgEnt, umbral);
>>se = strel('disk',3);
>>imgDilBW = imdilate(imgBW,se); imgEroBW = imerode(imgBW,se);
>>imgGraEro=imgBW-imgEroBW; imgGraDil=imgDilBW-imgBW;
>>imgGraSim= imgDilBW- imgEroBW;
>>imshow([imgBW,imgGraEro,imgGraDil,imgGraSim]);
```

Para el caso de niveles de grises, los gradientes de Beucher quedan definidos como:

$$\begin{aligned}
 g^{-}(f) &= f - (f \ominus B) && \text{gradiente por erosión} \\
 g^{+}(f) &= (f \oplus B) - f && \text{gradiente por dilatación} \\
 g(f) &= (f \oplus B) - (f \ominus B) && \text{gradiente simétrico}
 \end{aligned}
 \tag{6. 19}$$

Gradiente morfológico de Beucher



**Resolución Matlab**

```
>>imgEnt=imread('cameraman.tif');imshow(imgEnt);pause;
>>se = strel('disk',3);
>>imgDilGris = imdilate(imgEnt,se);
>>imgEroGris = imerode(imgEnt,se);
>>imshow([imgEnt,imgEnt-imgEroGris;imgDilGris-imgEnt,...
          imgDilGris-imgEroGris]);
```

Destacar como el gradiente simétrico intensifica la detección de los bordes. El gradiente por erosión y el gradiente por dilatación son operaciones complementarias entre sí. El gradiente simétrico es la suma de los dos gradientes por erosión y por dilatación.

**6.1.6 Top-hat**

Las transformaciones *Top-hat* consisten en descubrir aquellas estructuras de la imagen que han sido eliminadas en el filtrado de apertura o cierre. Una operación entre la imagen original y el filtrado aumenta considerablemente el contraste de las zonas eliminadas. Esta operación se define como un residuo entre la identidad y la apertura o bien entre el cierre y la identidad:

$$\begin{aligned} \rho_B(X) &= \varphi_B(X) \setminus X \quad (\text{conjunto}) & \rho_B(f) &= \varphi_B(f) - f \quad (\text{función}) \\ \rho_B(X) &= X \setminus \gamma_B(X) \quad (\text{conjunto}) & \rho_B(f) &= f - \gamma_B(X) \quad (\text{función}) \end{aligned} \quad (6.20)$$

Estas transformaciones suelen emplearse para eliminar los pequeños detalles ruidosos antes de pasar a una etapa de realzado.

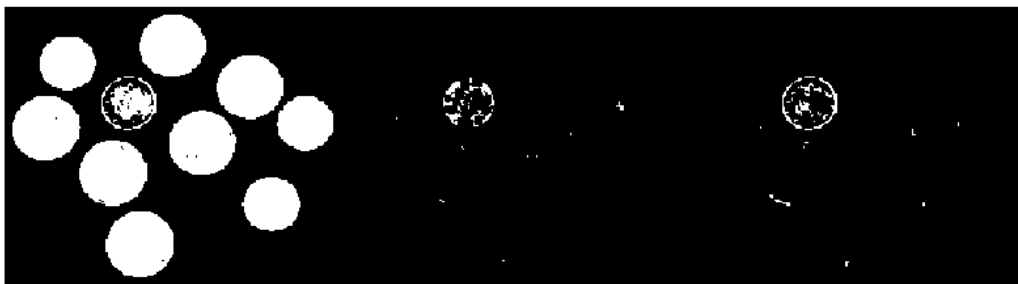


Figura 6. 6 a) Imagen segmentada b)Top-hat: cierre e imagen, c) Top-hat: imagen y apertura

**Resolución Matlab**

```
>>imgEnt=imread('coins.png');imshow(imgEnt);pause;
>>umbral=graythresh(imgEnt);
>>imgBW=im2BW(imgEnt, umbral);
>>se = strel('disk',3);
>>imgCloseBW = imclose(imgBW,se); imgOpenBW = imopen(imgBW,se);
>>imshow([imgBW, imgCloseBW- imgBW, imgBW -imgOpenBW]);
```

Top-hat en niveles de grises



**Resolución Matlab**

```
>>imgEnt=imread('cameraman.tif');imshow(imgEnt);pause;
>>se = strel('disk',3);
>>imgOpenGris = imopen(imgEnt,se);
>>imgCloseGris = imclose(imgEnt,se);
>>imshow([imgEnt,imgEnt-imgOpenGris,imgCloseGris-imgEnt]);
```

**6.2 Transformaciones geodésicas**

El concepto fundamental en el desarrollo geodésico es la conectividad. En el caso discreto 2D, la conectividad se define como una vecindad de los píxeles adyacentes.

La distancia geodésica  $d_X(x,y)$  entre dos puntos  $x$  e  $y$  pertenecientes al conjunto  $X$ , es el mínimo de todos los caminos desde  $x$  hasta  $y$  formados por puntos intermedios pertenecientes al conjunto  $X$ . Si el conjunto no es conectado y no existe camino entre dos puntos del conjunto  $X$ , en este caso se adopta el criterio de que la distancia geodésica que lo separa es infinita. La distancia geodésica satisface los tres axiomas de cualquier métrica:

$$d_X(x,y) = d_X(y,x)$$

$$d_X(x,y) = 0 \iff x = y$$

$$d_X(x,z) \leq d_X(x,y) + d_X(y,z)$$

La distancia geodésica siempre será mayor o igual a la distancia euclídea.

A partir de la distancia geodésica es posible definir el concepto de disco geodésico:

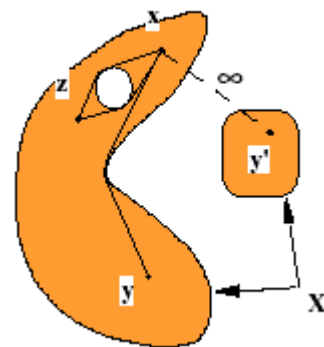


Figura 6. 7 Distancia geodésica

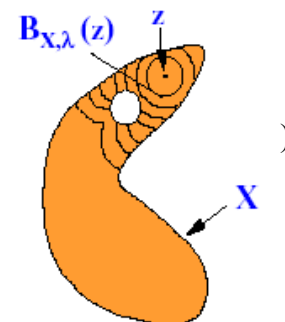


Figura 6. 8 Disco geodésico

$$B_{X,\lambda}(z) = \{y, d_X(z, y) \leq \lambda\} \tag{6.22}$$

Cuando el radio se incrementa,  $\lambda$ , el disco progresa como una onda emitida desde el epicentro,  $z$ , dentro del medio de propagación delimitado por el conjunto,  $X$ . Para un valor de radio,  $\lambda$ ,  $B_{X,\lambda}(z)$  puede ser visto como un elemento estructurante que varía en función del radio,  $\lambda$ , y de su epicentro,  $z$ .

### 6.2.1 Dilatación y erosión geodésica

La dilatación geodésica está ligada al concepto de disco geodésico. De hecho, la unión de los discos geodésicos se corresponden con la dilatación geodésica de  $Y$  (marcador) dentro de  $X$  (máscara); tal que el marcador está incluido dentro de la máscara,  $Y \subseteq X$ . La dilatación geodésica binaria de tamaño  $\lambda$  de  $Y$  incluido  $X$  se define como:

$$\delta_{X,\lambda}(Y) = \cup \{B_{X,\lambda}(y), y \in Y\}$$

La máscara actúa como límite de propagación de la dilatación del marcador. En el caso de imágenes binarias, la dilatación geodésica de tamaño unitario se define como:

$$\delta_X(Y) = \delta(Y) \cap X$$

Siendo la dilatación clásica  $\delta(Y)$ . La dilatación geodésica de tamaño  $n$  es obtenida por iteración de la dilatación geodésica unitaria:

$$\delta_{X,n}(Y) = \delta^n_X(Y) = \delta(\dots\delta(\delta(Y) \cap X) \cap X \dots) \cap X$$

La erosión geodésica binaria es la transformación dual a la dilatación geodésica con respecto al conjunto complementario. En este caso, la máscara está contenida en el marcador,  $X \subseteq Y$ . El conjunto marcador se erosiona y seguidamente se calcula la unión entre la máscara y el marcador erosionado. La erosión geodésica es mayor o igual a la máscara; la máscara será el límite a la erosión del marcador

$$\varepsilon_X(Y) = \varepsilon(Y) \cup X$$

Donde  $\varepsilon$  es la erosión isotrópica de tamaño unitario. Otra perspectiva es considerar que el marcador es sólo lo que está dentro de la máscara, esto es, eliminando el fondo. De esta manera el marcador estaría contenido en la máscara.

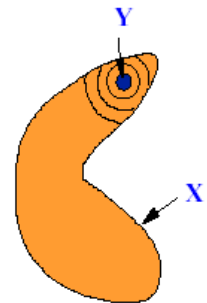


Figura 6. 9. Dilatación geodésica

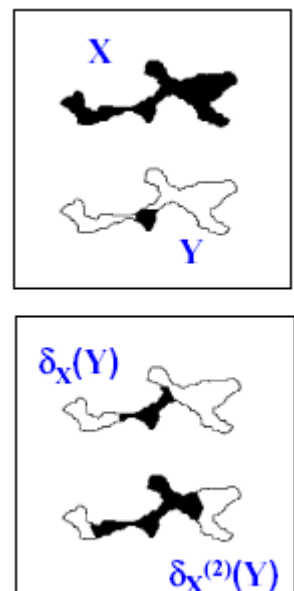


Figura 6. 10. Ejemplo de dilatación geodésica en imágenes binarias

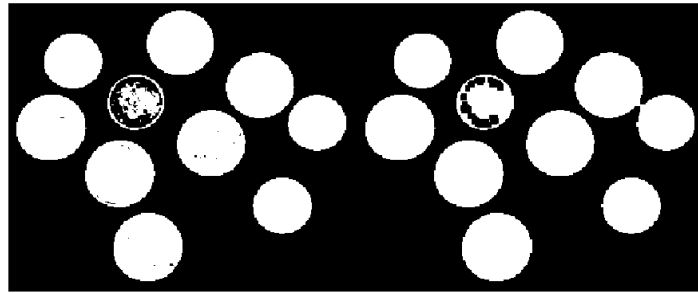


Figura 6.11 Erosión geodésica

En el caso de las funciones, éstas deben de cumplir que la función marcador,  $g$ , deberá ser menor a la función máscara,  $f$ ,  $g \leq f$ . La versión digital de la dilatación geodésica numérica es:

$$\delta_f(g) = \min(g \oplus B, f)$$

$$\delta_{f,n}(g) = \delta^n_f(g) = \delta_f(\dots \delta_f(\delta_f(g))\dots)$$

La máscara frena la dilatación clásica del marcador. Al igual que la dilatación clásica, la dilatación geodésica es una operación creciente y extensiva.

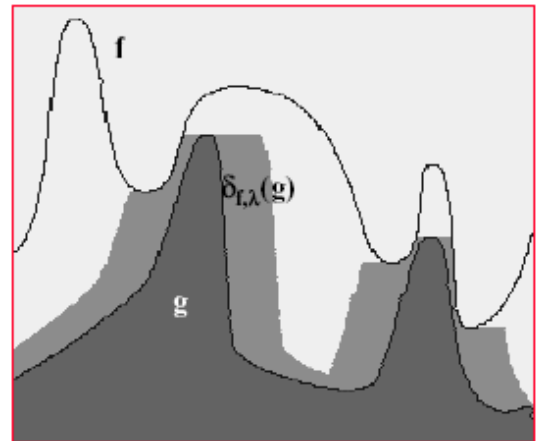


Figura 6.12. Dilatación geodésica numérica

Siguiendo la dualidad respecto a la dilatación, la erosión geodésica numérica se define como:

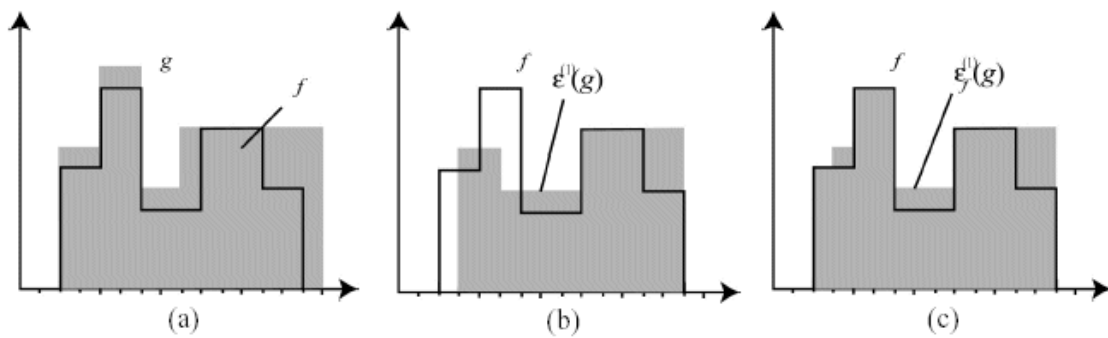


Figura 6.13. a) Señales b)Erosión, c) Erosión geodésica numérica

$$\epsilon_f(g) = \max(g \ominus B, f)$$

La erosión geodésica es menor o igual al marcador. El límite de la erosión está en la máscara. En los mínimos de la función, la erosión coincide prácticamente con ella.

## 6.2.2 Reconstrucción geodésica

La dilatación y la erosión geodésica poseen la particularidad que cuando iteran hasta la estabilidad permiten la definición de poderosos algoritmos de reconstrucción morfológica. Tanto la dilatación como la erosión geodésica convergen a la idempotencia en un número finito de iteraciones.

La reconstrucción por dilatación de una imagen-mascara  $X$  desde una imagen-marcador  $Y$  se define como una dilatación geodésica de  $Y$  respecto a  $X$  hasta la estabilidad. Se puede contemplar como una dilatación geodésica infinita:

$$\delta_{X,\infty}(Y) = \cup \{ \delta_{X,\lambda}(Y), \lambda > 0 \} \quad (6.26)$$

O como una iteración de dilataciones geodésicas unitarias hasta que no se produzcan cambios:

$$R_X(Y) = \delta_X^i(Y) \quad (6.27)$$

Donde  $i$  es tal que  $\delta_X^i(Y) = \delta_X^{i+1}(Y)$ . Entre alguna de sus aplicaciones, como se verá en el siguiente apartado, la reconstrucción por dilatación representará una apertura morfológica mejorada, al preservar la forma de los objetos que no han sido eliminados por el proceso de erosión.

La reconstrucción por erosión se define igualmente como:

$$R^*_X(Y) = \varepsilon_X^i(Y) \quad (6.28)$$

Siendo  $i$  el número de iteraciones en el que se consigue la idempotencia. Las definiciones para funciones son similares:

$$\begin{aligned} R_f(g) &= \delta_f^i(g) \\ R^*_f(g) &= \varepsilon_f^i(g) \end{aligned} \quad (6.29)$$

## 6.2.3 Aplicaciones de la reconstrucción morfológica

Se presenta a continuación algunas aplicaciones basadas en la composición de operaciones geodésicas. Los algoritmos basados en la reconstrucción son la base de numerosas transformaciones. Los resultados de la reconstrucción están fuertemente influenciados por la elección correcta de la máscara y el marcador.

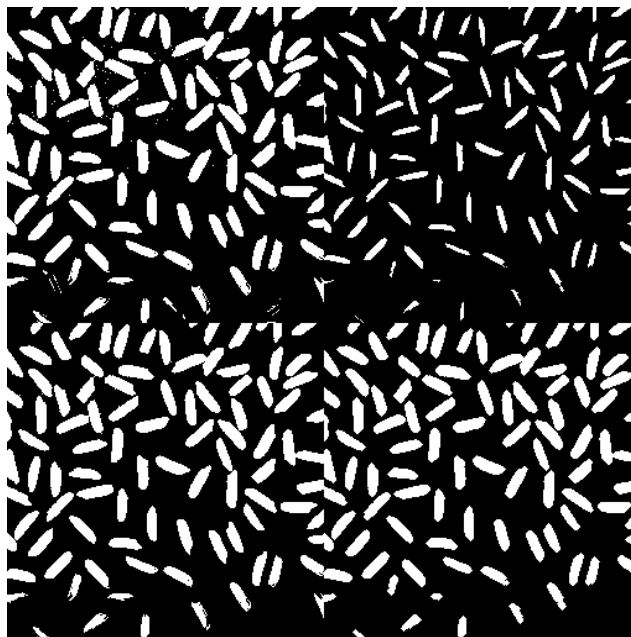
### 6.2.3.1 Apertura mejorada

Una mejora de los resultados de la apertura morfológica se hace mediante la reconstrucción por dilatación. Los marcadores se eligen de forma que eliminen los

detalles que no se deseen. Posteriormente se pasará a la reconstrucción por dilatación. El efecto conseguido es la preservación de las formas de los objetos que han superado al marcado. Nótese que en la apertura clásica este efecto no se conseguía.

El primer ejemplo, a exponer, se hace sobre imágenes binarias. Al comparar los resultados de la reconstrucción geodésica respecto a la apertura clásica se observa que las formas originales se mantienen. En el ejemplo sobre la segmentación de granos de arroz, se puede observar que la reconstrucción por dilatación mantiene la forma original, mientras la clásica ha suavizado los bordes de los granos.

a) Imagen umbralizada (mascara), b) marcador, c)Reconstrucción geodésica d)Apertura



### **Resolución Matlab**

```
>>imgEnt=imread('rice.png');imshow(imgEnt);pause;
>>umbral=graythresh(imgEnt);
>>imgBWMask=im2BW(imgEnt, umbral);
>>se = strel('disk',2);
>>imgBWMarcador = imerode(imgBWMask,se);
>>imgReconst=imreconstruct(imgBWMarcador,imgBWMask);
>>imgBWOpen = imopen(imgBWMask,se);
>>imshow([imgBWMask,imgBWMarcador,imgReconst,imgBWOpen]);
```

Lo mismo sucede respecto a imágenes en niveles de grises. Los brillos son eliminados o atenuados y los objetos claros que no han sido eliminados preservan su forma. Cuando se hacía una apertura sobre una imagen en niveles de grises, los objetos brillantes menores al elemento estructurante desaparecía y la imagen se volvía más oscura. Con la reconstrucción por dilatación utilizando como marcado la imagen



erosionada, los objetos claros menores al elemento estructurante desaparecen, pero la diferencia está en la preservación de las formas. En el ejemplo adjunto se puede comparar el efecto de la reconstrucción por dilatación en comparación con la apertura sobre el hombre de la cámara.

a)Original b)Apertura clásica y c)Apertura con reconstrucción

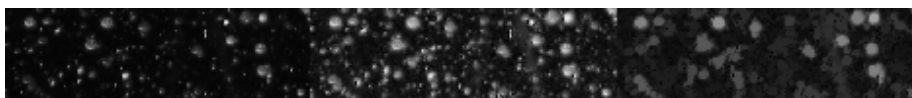


### **Resolución Matlab**

```
>> imgMascara=imread('cameraman.tif');
>> se = strel('disk',3);
>> imgMarcador = imerode(imgMascara,se);
>> imgReconst = imreconstruct(imgMarcador,imgMascara);
>> imgOpen = imopen(imgMascara,se);
>> imshow([imgMascara, imgOpen,imgReconst]);
```

El último ejemplo es una demostración de la capacidad de realce que se consigue empleando esta apertura mejorada. Obsérvese cómo se han eliminado los copos de nieve más pequeños y han sido realzados los más grandes.

a)Entrada, b)Realzada y como mascara, c)Reconstrucción



**Resolución Matlab**

```
>> imgEnt = imread('snowflakes.png');  
>> imgMascara = adapthisteq(imgEnt);  
>> se = strel('disk',5);  
>> imgMarcador = imerode(imgMascara,se);  
>> imgReconst = imreconstruct(imgMarcador,imgMascara);  
>> imshow([imgEnt,imgMascara,imgReconst]);
```

**6.2.3.2 Eliminación de objetos que tocan el borde**

En muchas aplicaciones aparecen algunos objetos cortados por los bordes. Por ejemplo, en la captura de la imagen no se tomó la estructura completa del objeto. Muchas veces, se suele eliminar esta información por su carácter incompleto. La eliminación de estos objetos no es compleja si se utiliza reconstrucción geodésica. El procedimiento es elegir como marcador la intersección del marco de la imagen con la propia imagen y aplicar reconstrucción por dilatación en la imagen. Una operación de residuo entre la identidad y la reconstruida por dilatación obtendrá el fruto deseado.

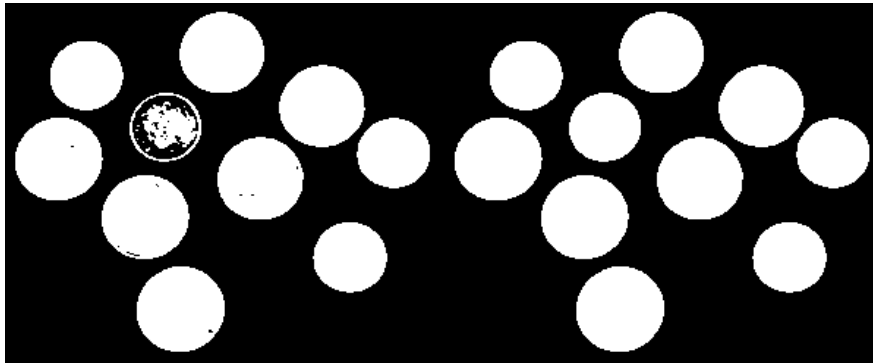
Eliminación de objetos en el borde por reconstrucción geodesica



### 6.2.4 Relleno de agujeros y eliminación de brillos

Los operadores de reconstrucción por erosión y dilatación son realmente útiles en aquellas aplicaciones que requieren la eliminación de zonas oscuras locales (relleno de agujeros) o zonas claras (atenuación de los brillos). Para la eliminación de partículas oscuras, como es el relleno de agujeros, se ha empleado el cierre morfológico. Una mejora de este proceder se da con la reconstrucción por erosión. Para imágenes binarias al aplicar el cierre se aumentaban los objetos con el fin de cerrar los agujeros. Mediante la reconstrucción por erosión se preserva la forma de los objetos.

a)Imagen umbralizada de las monedas, b)Relleno mediante reconstrucción

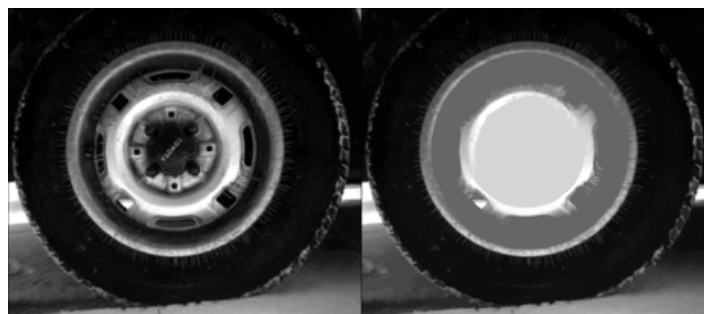


#### Resolución Matlab

```
>>imgEnt=imread('coins.png');imshow(imgEnt);pause;
>>umbral=graythresh(imgEnt);
>>imgBW=im2BW(imgEnt, umbral);
>> imgBWRell = imfill(imgBW,'holes');
>> imshow([imgBW,imgBWRell]);
```

En niveles de grises sucede lo mismo. Los detalles oscuros pueden ser eliminados, preservando las formas de los objetos. Para la eliminación de brillos, como se ha comentado anteriormente en el apartado de apertura mejorada, se emplea la reconstrucción por dilatación que garantiza la eliminación de los ascensos lumínicos de las formas y objetos de la imagen.

a)Imagen de entrada, b)Imagen con eliminación de partículas oscuras



**Resolución Matlab**

```
>>imgEnt = imread('tire.tif');
>>imgRell = imfill(imgEnt,'holes');
>>imshow([imgEnt,imgRell]);
```

**6.2.5 Máximos y mínimos regionales**

Una aplicación muy interesante en morfología es la detección de máximos y mínimos regionales. Se define región máxima a un grupo de píxeles con conectividad entre sí, de forma que todos tienen el mismo valor  $t$  y los píxeles externos a la región tienen valores menores a  $t$ . La región mínima se caracteriza por que sus píxeles externos tienen valores superiores a  $t$ .

Mediante geodesia es una tarea fácil de implementar la búsqueda de estas regiones de máximos y mínimos. En la detección de máximos regionales se emplea una imagen marcador resultado de desplazar hacia abajo la función original  $f$  por una constante  $c$ . Si se coloca la condición de sólo el nivel  $t$ , el valor de  $c$  es igual a la unidad. Los máximos regionales son el residuo entre la imagen original y la reconstrucción por dilatación de  $f$  hasta la imagen desplazada por  $c$ :

$$Max(f) = f - R_f(f - c)$$

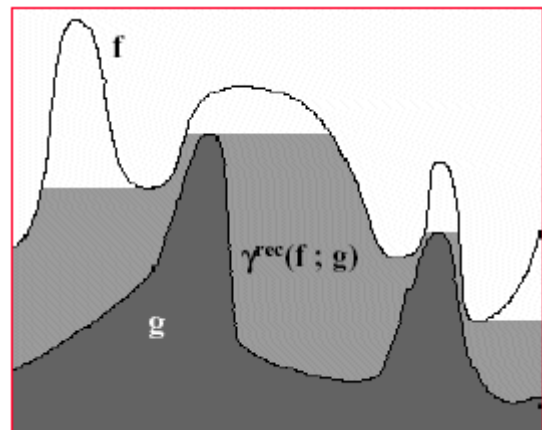


Figura 6. 14. Reconstrucción por dilatación

Realce de máximos locales

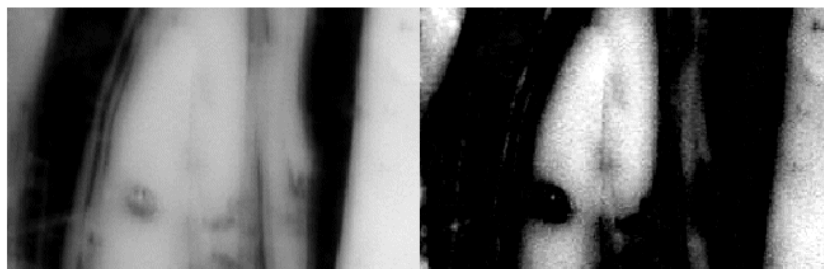
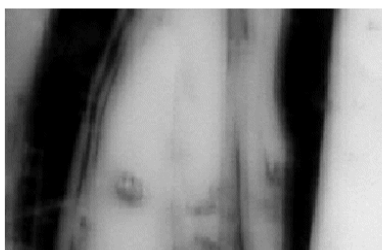


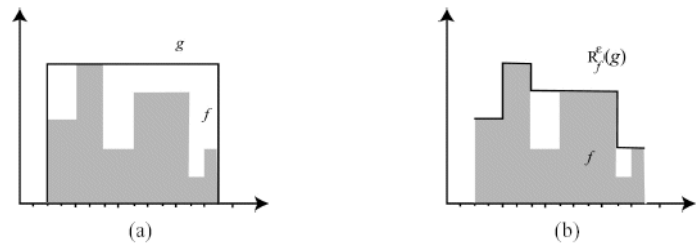
imagen original



regiones máximas



Variando el valor de  $c$  produce que el nivel del máximo no sea único, incrementando el tamaño de la región. A esta transformación se llama máximo extendido. Con un procedimiento similar es posible detectar e identificar los mínimos regionales. Para este caso, se emplea la reconstrucción por erosión y se obtiene la transformación de mínimo extendido:



$$\text{Min}(f) = R_f^*(f + c) - f$$

Realce de mínimos locales

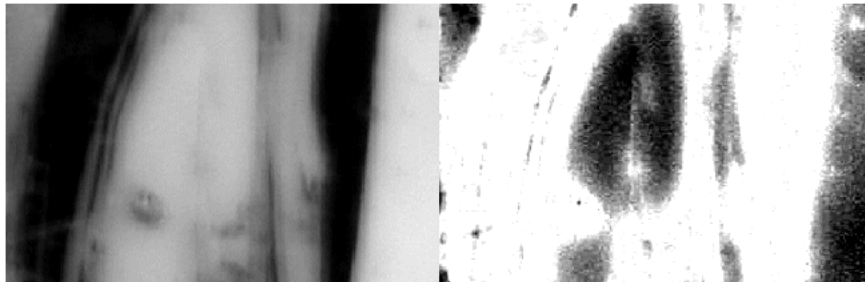
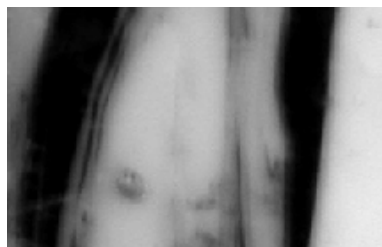


imagen original



regiones mínimas



```
>> imgEnt = imread('glass.png');
>> imgRegMaxGris = imgEnt-imreconstruct(imgEnt-50,imgEnt);
>> imgRegMinGris = imreconstruct(imgEnt,imgEnt+30)-imgEnt
>> imgRegMax=imextendedmax(1,50);
>> imgRegMin=imextendedmin(1,30);
```

### 6.2.6 Esqueleto geodésico por zonas de influencia

La definición de esqueleto geodésico por zona de influencia (SKIZ), procede directamente del concepto de distancia geodésica. Sea  $X$  un conjunto compuesto por la unión de  $k$  componentes conectadas  $B$ . La zona de influencia geodésica de cada componente conectada en  $X$  se define como:

$$IZ_X(B_i) = \{p \in X \mid \forall j \in [1..k] j \neq i : d_X(p, B_i) < d_X(p, B_j)\} \tag{6.31}$$

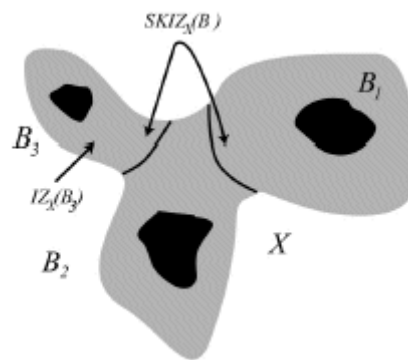
El conjunto de  $IZ_X(B)$  es la unión de las zonas de influencia geodésica de las componentes conectadas B:

$$IZ_X(B) = \bigcup_{i=1}^k IZ_X(B_i) \tag{6.32}$$

El residuo entre X y el conjunto  $IZ_X(B)$  define el esqueleto por influencia geodésica SKIZ:

$$SKIZ_X(B) = X \setminus IZ_X(B) \tag{6.33}$$

Que presenta todos los puntos equidistantes, en distancia geodésica, a dos componentes del conjunto X.



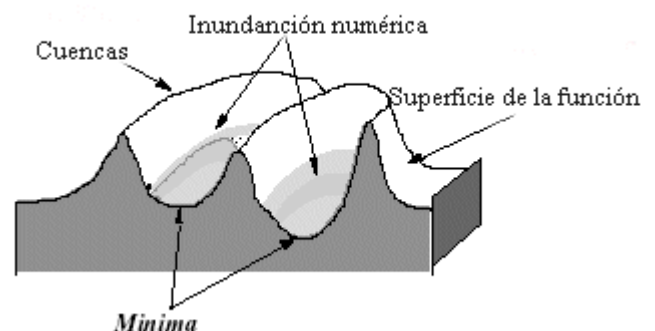
El SKIZ es la base de la definición de la transformación de *watershed*, la herramienta más poderosa de la segmentación morfológica.

### 6.2.7 Watershed

En términos geodésicos, el *watershed* puede definirse como el esqueleto geodésico, SKIZ, de las regiones mínimas de la imagen:

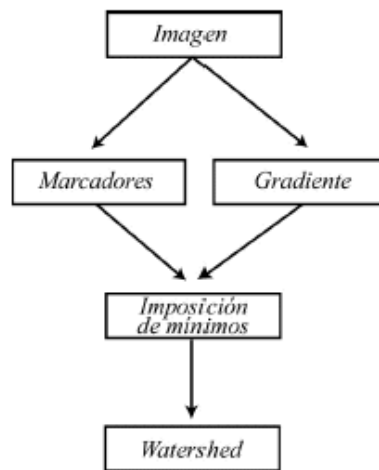
$$WS(f) = SKIZ_f[RMIN(f)] \tag{6.34}$$

El significado de la operación de *watershed* se encuentra en su notación francesa como la *ligne de partage des eaux* (línea de separación de aguas). Esta transformación consiste en simular la inundación de la imagen numérica (vista como un mapa topográfico) a partir de los mínimos regionales.

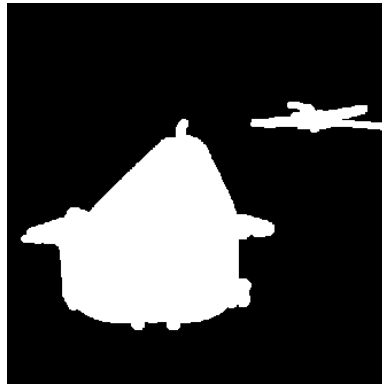


El agua es introducida desde los mínimos regionales, llega un momento en que el proceso de inundación hace que las cuencas contiguas se unan. Las líneas de unión, que representan las fronteras de regiones homogéneas, son las que constituye el esqueleto geodésico. El resultado es un conjunto de contornos que identifican las regiones de la imagen.

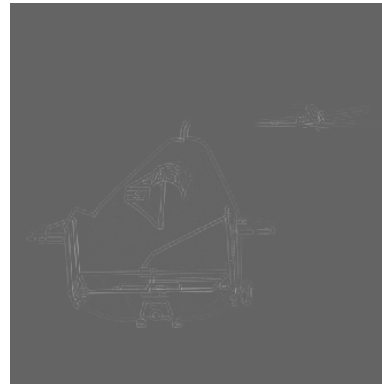
En la práctica, el proceso de segmentación morfológica suele partir de la imagen de gradiente, aplicándose a ésta última la transformación de *watershed*, pues se pretende identificar el contorno de los objetos y no su zona de influencia. Los mínimos proceden, en este caso, de la imagen gradiente. El resultado en imágenes reales suele conducir al fenómeno de sobre-segmentación, porque la presencia de mínimos en esta imagen es bastante alta. Para evitar este inconveniente se pueden eliminar todos los mínimos parasitarios y reemplazarlos por marcadores. El nuevo algoritmo resultante se denomina *watershed* controlado por marcadores. La elección de unos buenos marcadores será clave para obtener una exitosa segmentación. El *watershed* controlado por marcadores reduce el efecto de sobre identificar zonas o regiones en la imagen.



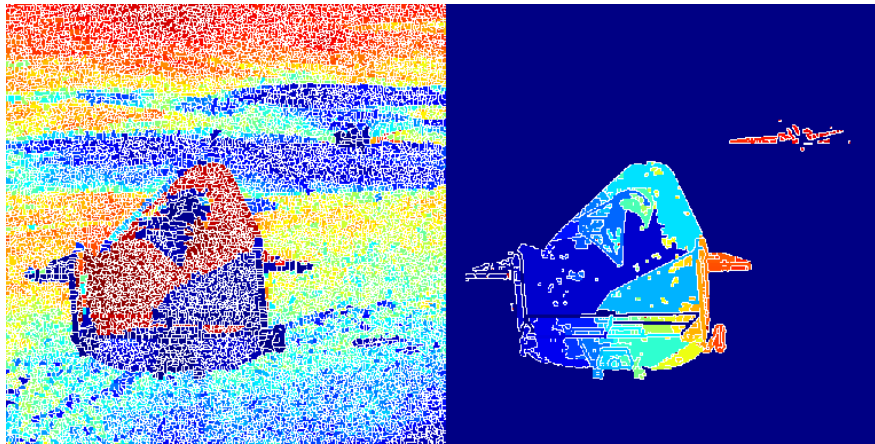
Marcador



Mascara



Watershed a) Sin procesar, b) Con procesamiento



### **Resolución Matlab**

```
>> imgEnt = imread('liftingbody.png');
>> se = strel('disk',5);
>> imgBWMarcador= imfill(imdilate(edge(imgEnt,'canny',.2,1),se),'hole');
>> imgMascara=imfilter(imgEnt,fspecial('log',5,1));
>> imgMascara(imgBWMarcador==0)=0;
>> imshow([label2rgb(watershed(imgEnt)),label2rgb(watershed(imgMascara))]);
```



### 6.3 Problemas

1. Erosión y dilatación en conjuntos y en funciones.
2. Operaciones de apertura y cierre.
3. Operaciones de residuos.
4. Cómo eliminar los objetos del borde.
5. Cómo rellenar agujeros.
6. Qué es el *watershed*.

#### Ejercicio 1

Para la siguiente figura, con 8 niveles de grises de cuantificación, obtener:

- a) Determinar el umbral de segmentación
- b) Sobre la imagen binarizada aplicar una erosión con un elemento estructurante cuadrado de 3x3

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 & 2 & 2 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 3 & 3 & 3 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 5 & 3 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 6 & 6 & 6 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 6 & 7 & 7 & 6 & 6 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 6 & 6 & 7 & 6 & 6 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 6 & 5 & 5 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 5 & 5 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & 3 & 3 & 3 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$


El umbral es 4 por la forma del histograma, ya que corresponde con un valle

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Y la imagen erosionada queda como:

```

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

```



**Ejercicio 2**

Dada la siguiente imagen, realizar una apertura morfológica con un elemento estructurante cuadrado de 3X3.

$$\begin{pmatrix}
 1 & 1 & 2 & 0 & 2 & 2 & 1 & 3 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 3 & 3 & 3 & 3 & 2 & 2 & 1 & 0 \\
 1 & 1 & 2 & 2 & 5 & 3 & 2 & 2 & 1 & 1 \\
 3 & 2 & 3 & 6 & 6 & 6 & 2 & 2 & 1 & 1 \\
 2 & 2 & 6 & 7 & 7 & 6 & 6 & 1 & 1 & 1 \\
 2 & 2 & 6 & 6 & 7 & 6 & 6 & 0 & 3 & 2 \\
 2 & 2 & 2 & 6 & 5 & 5 & 3 & 2 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 2 & 3 & 5 & 5 & 3 & 2 & 1 & 0 \\
 1 & 1 & 1 & 3 & 3 & 3 & 3 & 2 & 2 & 1 \\
 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 0
 \end{pmatrix}$$


La apertura sobre la imagen de gris es:

$$\begin{pmatrix}
 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 0 \\
 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 \\
 2 & 2 & 3 & 6 & 6 & 6 & 2 & 2 & 1 & 1 \\
 2 & 2 & 3 & 6 & 6 & 6 & 3 & 1 & 1 & 1 \\
 2 & 2 & 3 & 6 & 6 & 6 & 3 & 0 & 1 & 1 \\
 2 & 2 & 2 & 5 & 5 & 5 & 3 & 2 & 1 & 1 \\
 1 & 1 & 2 & 3 & 3 & 3 & 3 & 2 & 1 & 0 \\
 1 & 1 & 1 & 3 & 3 & 3 & 3 & 2 & 1 & 0 \\
 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0
 \end{pmatrix}$$


Derecho de Autor © 2007 Carlos Platero Dueñas.

Permiso para copiar, distribuir y/o modificar este documento bajo los términos de la Licencia de Documentación Libre GNU, Versión 1.1 o cualquier otra versión posterior publicada por la Free Software Foundation; sin secciones invariantes, sin texto de la Cubierta Frontal, así como el texto de la Cubierta Posterior. Una copia de la licencia es incluida en la sección titulada "Licencia de Documentación Libre GNU".

La Licencia de documentación libre GNU (GNU Free Documentation License) es una licencia con [copyleft](#) para [contenidos abiertos](#). Todos los contenidos de estos apuntes están cubiertos por esta licencia. La versión 1.1 se encuentra en <http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html>. La traducción (no oficial) al castellano de la versión 1.1 se encuentra en <http://www.es.gnu.org/Licencias/fdles.html>