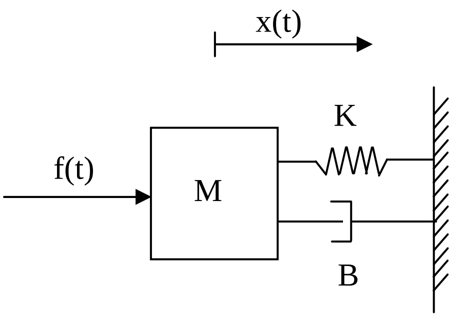
3º INGENIERÍA DE TELECOMUNICACIÓN
2º ITT SISTEMAS ELECTRÓNICOS
2º ITT SISTEMAS DE TELECOMUNICACIÓN

AUTÓMATAS Y SISTEMAS DE CONTROL

PRÁCTICA 4 SISTEMAS. FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

1. REPRESENTACIÓN DE UN SISTEMA MEDIANTE SU FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Recordemos el sistema físico analizado en la práctica 2. Se trata de una masa **M** unida a un muelle de constante **K**, y con un rozamiento viscoso **B**, tal y como se describe en la figura:



El objetivo será ver cómo afecta la fuerza aplicada **f(t)** al movimiento de la masa, descrito por **x(t)**

La ecuación diferencial que rige el comportamiento de este sistema es:

$$f(t) = M \cdot \frac{d^2x(t)}{dt^2} + B \cdot \frac{dx(t)}{dt} + K \cdot x(t)$$

Para obtener la representación del sistema mediante su función de transferencia, daremos los siguientes pasos:

1. Planteamiento de la ecuación diferencial

En este caso, la ecución diferencial es un dato del problema.

2. Obtención de un punto de equilibrio

Dado que trabajaremos con variables incrementales (valor inicial = 0) será necesario determinar el punto de equilibrio sobre el que se va a trabajar.

En este caso se buscará el punto de equilibrio para una fuerza inicial:

`f(0) = 10`

En el punto de equilibrio las derivadas serán cero, por tanto:

`f(0) = M·0 + B·0 + K·x(0)`   **`x(0) = 10/K`**

3. Linealización de las ecuaciones y expresión en variables incrementales

En este caso todos los términos de la ecuación son lineales; por tanto sólo hay que expresar la ecuación en variables incrementales:

$$\Delta f(t) = M \cdot \Delta \ddot{x}(t) + B \cdot \Delta \dot{x}(t) + K \cdot \Delta x(t)$$

4. Paso de las ecuaciones al dominio de Laplace

Una vez hemos expresado las ecuaciones en términos incrementales, el paso al dominio de Laplace es inmediato:

$$L(x(t)) = X(s)$$

$$L(\dot{x}(t)) = s \cdot X(s) \quad (propiedad\ \ de\ derivación\ en\ dominio\ t)$$

En el caso que nos ocupa, la ecuación queda:

$$F(s) = M \cdot s^2 \cdot X(s) + B \cdot s \cdot X(s) + K \cdot X(s)$$

5. Función de transferencia

Con las ecuaciones en el dominio de Laplace, es posible obtener la función de transferencia **G(s).** Ésta permite obtener la salida **X(s)** a partir de la entrada **F(s)**:

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{M \cdot s^2 + B \cdot s + K}$$

6. Diagrama de bloques

Cada función de transferencia se representa en un diagrama de bloques como el operador que multiplicado por la entrada nos ofrece la salida:

$$\xrightarrow{F(s)} \boxed{\mathbf{G(s)}} \xrightarrow{X(s)} \qquad X(s) = G(s) \cdot F(s)$$

En nuestro caso:

$$\xrightarrow{F(s)} \boxed{\frac{1}{M \cdot s^2 + B \cdot s + K}} \xrightarrow{X(s)}$$

7. Simulación

Para representar una función de transferencia en Simulink se debe usar el bloque **'Transfer Fcn'** de la categoría **'Continuous'**. Este bloque permite introducir funciones de transferencia como cociente de dos polinomios. Cada polinomio se especifica por sus coeficientes en orden decreciente de potencias.

En nuestro caso, si:

- M = 1
- B = 0.5
- K =20

$$\xrightarrow{F(s)} \boxed{\frac{1}{s^2 + 0.5 \cdot s + 20}} \xrightarrow{X(s)}$$

Tendremos como coeficientes del numerador: **[1]**

Y como coeficientes del denominador: **[1 0.5 20]**

De forma alternativa, Matlab nos permite asignarle valores simbólicos. Esto nos va a permitir poder variar fácilmente los valores del sistema para realizar diferentes pruebas. Tenemos que poner:

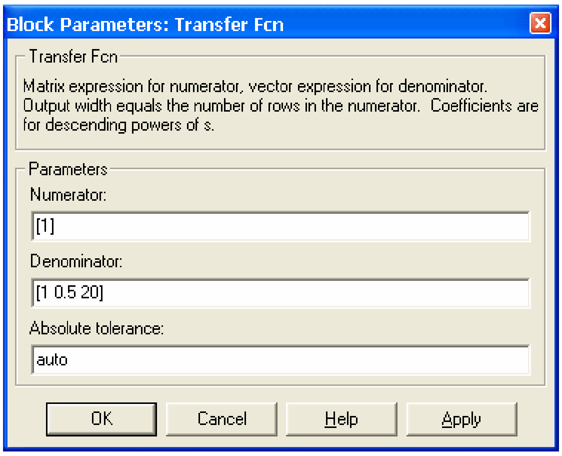
Coeficientes del numerador: **[1]**

Coeficientes del denominador: **[M B K]**

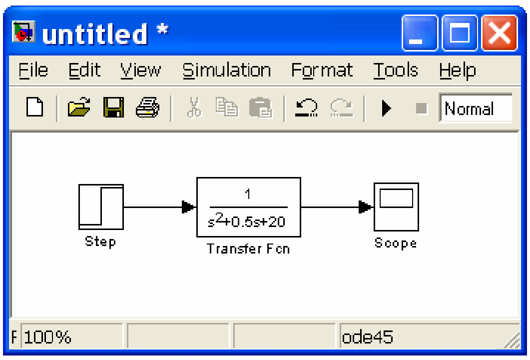
A continuación, los valores de M, B y K se deben definir en el Workspace de Matlab:

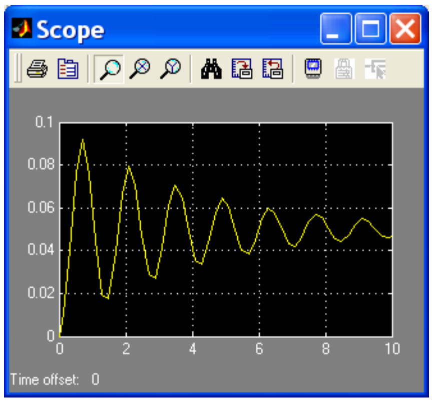
>> M = 1; B = 0.5; K = 20.

Estos parámetros se introducirán como configuración del bloque **'Transfer Fcn'** tal y como muestra la figura inferior. El parámetro **'Absolute tolerance'** hace referencia al máximo error permitido en la simulación y no se modificará.



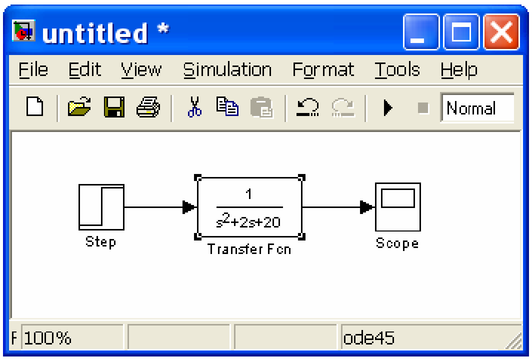
Para simular, conectaremos una señal de entrada cualquiera (escalón, senoidal, etc.) a la entrada del bloque y un osciloscopio a la salida:

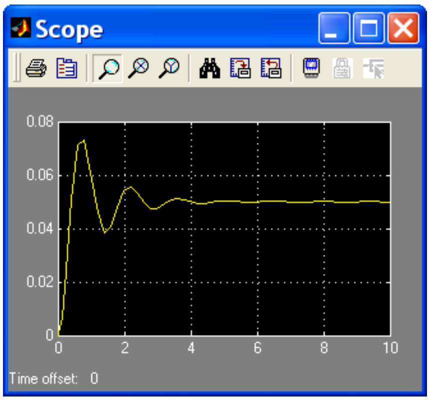


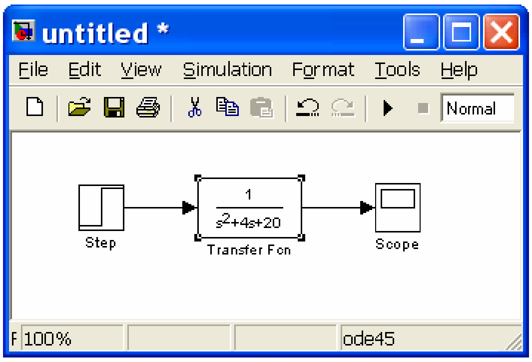


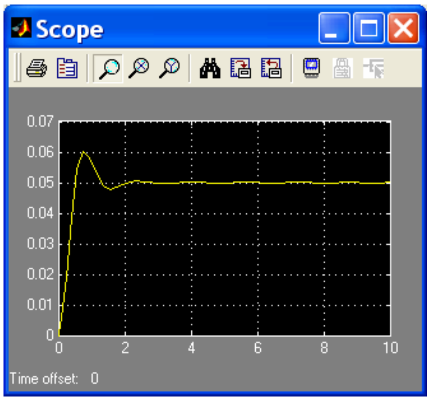
A continuación podríamos probar el efecto que produce la variación de los distintos parámetros del sistema (M, B y K) sobre el comportamiento del mismo con sólo cambiar los valores de la función de transferencia.

Podemos ver, por ejemplo, como al aumentar el parámetro B (rozamiento) el movimiento del muelle es más amortiguado (se producen menos oscilaciones):









NOTA IMPORTANTE: Las variables con las que estamos trabajando son **incrementales:**

- Fuerza o variable de entrada: valor en el punto de equilibrio = 10N

  Aplicar un escalón de valor 1 equivale a ejercer una fuerza de 11N

  $f(0) = 10N$

  $\Delta f(t) = 1N$

  $f(t) = f(0) + \Delta f(t) = 11N$

- Posición o variable de salida: valor en el punto de equilibrio = 10/K = 0.5m

  Una posición que en el gráfico aparece como 0.08 equivale a una posición real de 0.58m

  $x(0) = 0.5m$

  $\Delta x(t) = 0.08m$

  $x(t) = x(0) + \Delta x(t) = 0.58m$

INFORME DE LA PRÁCTICA 4

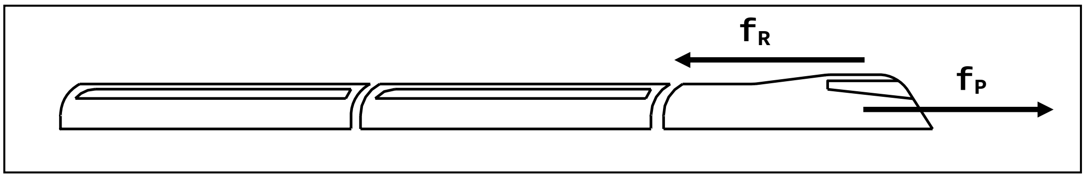
NOMBRE:________________APELLIDOS:_____________
DNI:_____________________TITULACIÓN:____________

FIRMA:__________________

EJERCICIO 1: TREN-BALA

Se desea estudiar el comportamiento de un tren-bala a altas velocidades. Se supondrá que existen dos fuerzas antagónicas:

- **f_P:** fuerza de propulsión producida por el motor
- **f_R:** fuerza de resistencia aerodinámica que se opone al avance



Las ecuaciones de comportamiento del sistema son las siguientes:

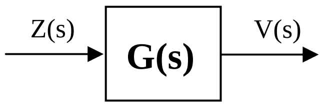
$$f_R(t) = K_R \cdot v^2(t)$$
$$f_P(t) = K_P \cdot z(t)$$
$$M \cdot \frac{dv(t)}{dt} = f_P(t) - f_R(t)$$

v(t) = velocidad del tren (m/s)
z(t) = posición de la palanca de mando del motor (mm)
K_R = constante de resistencia aerodinámica = 4 $N \cdot s^2/m^2$
K_P = constante del propulsor = 1000 N/mm
M = masa tren = 5000 kg

Responda a las siguientes cuestiones:

1) Linealice las ecuaciones del sistema alrededor del punto de equilibrio representado por *z(t)*=40 mm. Escríbalas a continuación:

2) Obtenga las ecuaciones en el dominio de Laplace y represéntelas en un diagrama de Simulink. Se pide una función de transferencia G(s) que relacione la entrada *z(t)* con la salida *v(t)*.



3) Excite al sistema con una entrada escalón de 2 mm (cambio brusco en la posición de la palanca de mando).
    a. Dibuje de forma aproximada la salida *v(t)*.

b. Obtenga la ecuación que describe la velocidad *v(t)*.

v(t)=

c. Velocidad final del tren en régimen permanente.

v=

4) Excite el sistema con una entrada escalón de 40mm (cambio brusco en la posición de la palanca de mando).
   a. Dibuje de forma aproximada la salida *v(t)*.

b. Compare el resultado con el de la cuestión 4. ¿El sistema es lineal?. ¿Por qué?

5) Plantee un esquema de control en Simulink que permita dar una referencia en velocidad por parte del operador del tren (controlador proporcional).
    a. Dibuje a continuación el esquema.

    b. Obtenga la respuesta cuando el operador desea un cambio repentino de 36 km/h. Dibuje la respuesta obtenida:
        i. ¿Qué características tiene la señal de salida?
        ii. ¿De qué depende la forma de la señal?