TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

- Suponemos que todos los patrones a reconocer son elementos potenciales de J clases distintas ω_j, $j = 1, 2, \ldots, J$,

$$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_J\}$$

es el **conjunto de las clases informacionales**.

PROBABILIDAD A PRIORI

- Conocimiento *a priori* acerca de una clase *antes* de realizar un experimento.

- **Notación**: $P(\omega_j) \; = \; \pi_j, \quad j = 1, 2, \ldots, J$

- **Propiedades**:

  1. $\pi_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \ldots, J$, y
  2. $\sum_{j=1}^{J} \pi_j \; = \; 1$

- Regla de decisión trivial para dos clases $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$:

$$\begin{array}{ll} \text{Decidir por } \omega_1 \text{ si} & \pi_1 \; > \; \pi_2 \\ \text{Decidir por } \omega_2 \text{ si} & \pi_1 \; < \; \pi_2 \end{array}$$

  Probabilidad de error: el menor valor entre π_1 y π_2

TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

- **Ejemplo**.

  Problema de clasificación: discriminar personas sanas (clase 1) frente a personas anémicas (clase 2).

  - Conocimiento a priori:
    * El 90% de la población está sana: $\pi_1 = 0.9$
    * El 10% de la población está enferma: $\pi_1 = 0.1$

  - Si hubiera que clasificar a un paciente (del que desconocemos su analítica), ¿Qué clase le asignamos?

    La de mayor probabilidad a priori:

    Decidir por ω_1 ya que $\pi_1 = 0.9 > \pi_2 = 0.1$

TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

- **Ejemplo**.

  Problema de clasificación: discriminar personas sanas (clase 1) frente a personas anémicas (clase 2).

  – Sin embargo ninguno se sentiría satisfecho si un médico tomara esta decisión sin vernos o sin pedir una analítica: es necesario incorporar *evidencias* a la toma de decisiones. Con nuestra terminología, es necesario disponer de una experiencia (*prototipos*) y de un patrón (*evidencia*) a clasificar.

TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

DENSIDAD DE PROBABILIDAD

Además de la probabilidad a priori a menudo se tiene información adicional: el valor de la observación x que se va a clasificar.

Ejemplo:

¿Cómo etiquetaríamos a una persona cuya analítica indica que tiene 5 millones de glóbulos rojos?

Hay que considerar:

- Probabilidad a priori
- Valor de la observación

DENSIDAD DE PROBABILIDAD

- Usualmente, existe información adicional: el valor de la observación a etiquetar, x.
- Consideraciones:
  1. Los valores de los patrones asociados a una clase deben ser sustancialmente diferentes a los de otra clase
  2. Los patrones asociados a una misma clase no son exactamente iguales (variabilidad entre los patrones de una misma clase).

DENSIDAD DE PROBABILIDAD

- La variablilidad en las observaciones se expresa en términos probabilísticos: x es una **variable aleatoria** cuya distribución depende de ω_j:

  $P(x\,|\omega_j)$ es la función de densidad de probabilidad condicionada de x, la *función de densidad de probabilidad* de x, supuesto que su clase es ω_j.
  Para cada clase ω_j se verifica que $\int_x P(x\,|\omega_j) = 1$

TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

- **Ejemplo**.

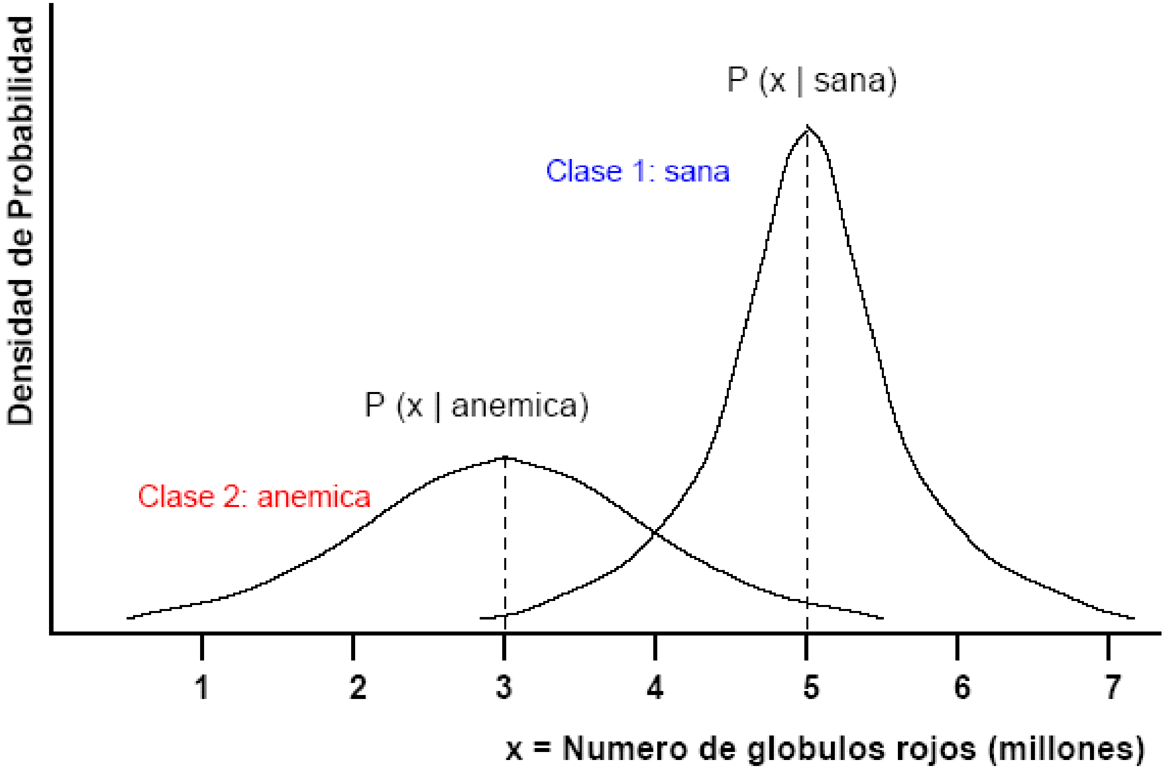
  Problema de clasificación: discriminar personas sanas (clase 1) frente a personas anémicas (clase 2).

  – Disponible analítica de la *cantidad de glóbulos rojos*.
  – El número de glóbulos rojos es una variable aleatoria.
  – Por la experiencia o el conocimiento: esta variable sigue una distribución normal para las dos clases.

TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

- **Ejemplo**.

  Problema de clasificación: discriminar personas sanas (clase 1) frente a personas anémicas (clase 2).



TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

- **Ejemplo**.

  Problema de clasificación: discriminar personas sanas (clase 1) frente a personas anémicas (clase 2).

  - Valor de la analítica: 4.500.000 glóbulos rojos.

    El diagnóstico más certero es que está sano.

    $P\left(x = 4.500.000 \mid \text{sano}\right) > P\left(x = 4.500.000 \mid \text{anémico}\right)$

PROBABILIDAD A POSTERIORI

- Supongamos conocidas π_1, π_2 y $p(x \mid \omega_j)$, $\quad j = 1, 2,$
- Supongamos que disponemos de una medida x.

¿Cómo influye este conocimiento sobre la decisión acerca de la clase esperada de x?

PROBABILIDAD A POSTERIORI

$$P(\omega_j \mid x) \; = \; \frac{p(x \mid \omega_j) \; \pi_j}{p(x)} \qquad p(x) = \sum_{i=1}^{J} p(x \mid \omega_i) \; \pi_i \quad (1)$$

- $P(\omega_j \mid x)$ se interpreta como *la probabilidad de que la clase cierta sea* ω_j *dado que el valor observado es* x.

La Regla de Bayes muestra cómo el valor observado, x, *modifica la decisión basada en* π_j, *a través de* $p(x \mid \omega_j)$ *introduciendo la* **probabilidad a posteriori**, $P(\omega_j \mid x)$.

TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

Problema de dos clases con iguales *a priori* $(\pi_1 = \pi_2 = \pi)$,

$$p(x) = p(x\ |\omega_1)\ \pi + p(x\ |\omega_2)\ \pi = \pi(p(x\ |\omega_1) + p(x\ |\omega_2))$$

Las probabilidades a posteriori tienen la siguiente expresión:

$$P(\omega_1\ |x) = \frac{p(x\ |\omega_1)\ \pi}{\pi(p(x\ |\omega_1) + p(x\ |\omega_2))} = \frac{p(x\ |\omega_1)}{p(x\ |\omega_1) + p(x\ |\omega_2)}$$

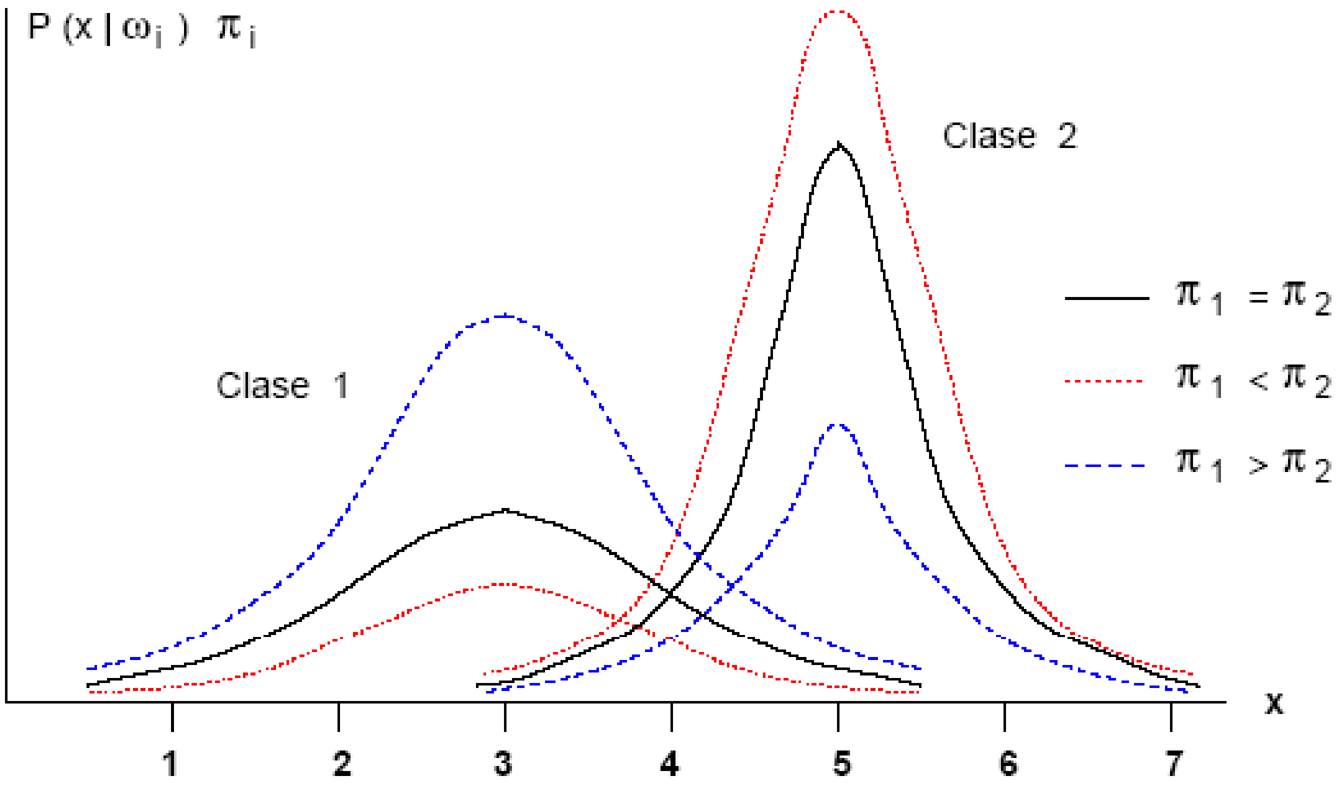
$$P(\omega_2\ |x) = \frac{p(x\ |\omega_2)\ \pi}{\pi(p(x\ |\omega_1) + p(x\ |\omega_2))} = \frac{p(x\ |\omega_2)}{p(x\ |\omega_1) + p(x\ |\omega_2)}$$

En cualquier caso,

1. Si $p(x|\omega_i) = 0$, $P(\omega_i|x) = 0$ y $P(\omega_j|x) = 1 \quad i \neq j$
2. Si $p(x\ |\omega_1) = p(x\ |\omega_2)$, $P(\omega_1\ |x) = P(\omega_2\ |x) = 0.5$
3. Para todo x, $P(\omega_1\ |x) + P(\omega_2\ |x) = 1$

TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

Efecto de la *prob. a priori* **sobre la** *prob. a posteriori*



REGLA DE CLASIFICACIÓN DE BAYES

– Inclinación natural: Asignar a x la clase para la que $P(\omega_j \mid x)$ sea mayor.

$$\boxed{\begin{array}{ll} \text{Decidir por } \omega_1 \text{ si} & P(\omega_1|x) > P(\omega_2|x) \\ \text{Decidir por } \omega_2 \text{ si} & P(\omega_2|x) > P(\omega_1|x) \end{array}}$$

– Esta regla minimiza la probabilidad media de error.

TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

– Regla equivalente:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \text{Decidir por } \omega_1 \text{ si} & P(x|\omega_1)\pi_1 \;>\; P(x|\omega_2)\pi_2 \\ \text{Decidir por } \omega_2 \text{ si} & P(x|\omega_2)\pi_2 \;>\; P(x|\omega_1)\pi_1 \end{array}}$$

TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

– Si $\pi_1 = \pi_2$,

$$\boxed{\begin{array}{lccc} \text{Decidir por } \omega_1 \text{ si} & P(x|\omega_1) & > & P(x|\omega_2) \\ \text{Decidir por } \omega_2 \text{ si} & P(x|\omega_2) & > & P(x|\omega_1) \end{array}}$$

Regla de máxima verosimilitud.

- **Ejemplo**.

  Problema de clasificación: discriminar personas sanas (clase 1) frente a personas anémicas (clase 2).

– Paciente con número de glóbulos rojos es $x = 3.5 \cdot 10^6$.

$*$ $P(\omega_1 \; | x = 3.5 \cdot 10^6) \;\propto\; p(x = 3.5 \cdot 10^6 \; |\omega_1) \; \pi_1$

$$p(x = 3.5 \cdot 10^6 \; |\omega_1) \; \pi_1 \;=\; 0.02 \cdot 0.9 \;=\; \mathbf{0.018}$$

$*$ $P(\omega_2 \; | x = 3.5 \cdot 10^6) \;\propto\; p(x = 3.5 \cdot 10^6 \; |\omega_2) \; \pi_2$

$$p(x = 3.5 \cdot 10^6 \; |\omega_2) \; \pi_2 \;=\; 0.6 \cdot 0.1 \;=\; \mathbf{0.06}$$

Consecuencia: Clasificarlo como de clase 2 (*anémico*).

- **Ejemplo**.

  Problema de clasificación: discriminar personas sanas (clase 1) frente a personas anémicas (clase 2).

– **¡Cuidado con las probabilidades a priori!**

Sean $\pi_1 = 0.99$ y $\pi_2 = 0.01$

$$p(x = 3.5 \cdot 10^6 \; |\omega_1) \; \pi_1 \;\; = \;\; 0.02 \cdot 0.99 \;\; = \;\; \mathbf{0.0198}$$

$$p(x = 3.5 \cdot 10^6 \; |\omega_2) \; \pi_2 \;\; = \;\; 0.6 \cdot 0.01 \;\; = \;\; \mathbf{0.006}$$

Consecuencia: Clasificarlo como de clase 1 ($sano$).

TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

- **Ejemplo**.

  Problema de clasificación: discriminar personas sanas (clase 1) frente a personas anémicas (clase 2).

Al considerar probabilidades a priori, las clases muy infrecuentes resultan 'castigadas'

TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

PROBLEMAS MULTICLASE CON PATRONES MULTIDIMENSIONALES

- **Extensiones.**

1. $x \quad \Rightarrow \quad X$
2. $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\} \quad \Rightarrow \quad \Omega \; = \; \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_J\}$

REGLA DE CLASIFICACIÓN DE BAYES

$$\boxed{\text{Seleccionar } \omega_i \text{ si} \quad P(\omega_i|X) \;>\; P(\omega_j|X) \text{ para toda } j \neq i}$$

TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

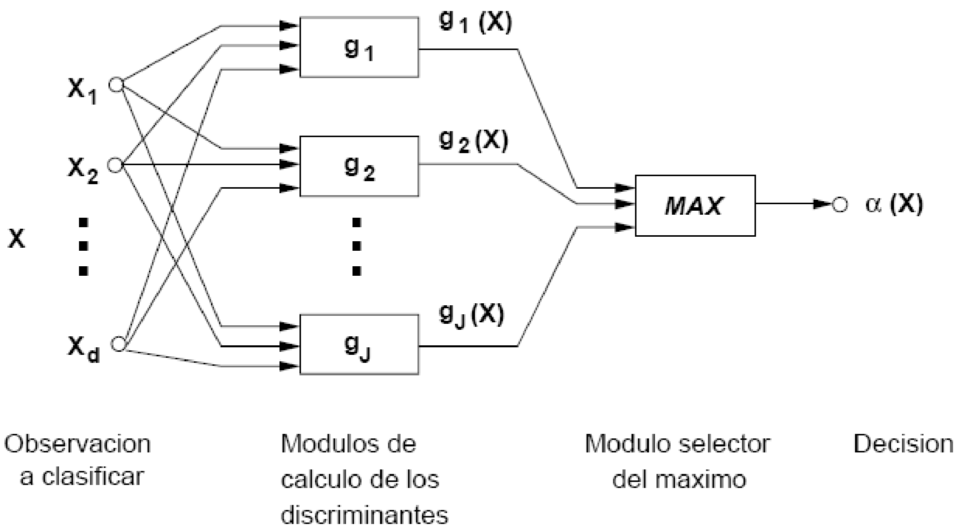
FUNCIONES DISCRIMINANTES Y SUPERFICIES DE DECISIÓN

Supongamos que existen $g_i(X)$ funciones discriminantes:

Una función discriminante para la clase 'i' ($g_i(X)$) tiene la propiedad de que alcanza un mayor valor que cualquier otra función discriminante $g_j(X)$ para todas las otras clases

La **regla de clasificación** sería:

Seleccionar ω_i si $g_i(X) >= g_j(X)$ para todo j



TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

FUNCIONES DISCRIMINANTES Y SUPERFICIES DE DECISIÓN

Una posibilidad para considerar $g_i(X)$ es:

$$g_i(X)=P(\omega_i|X)$$

o bien cualquier otra función equivalente:

$$g_i(X)=P(X|\omega_i)\ \pi_i$$

Para un **problema de clasificación en dos clases**, la formulación se simplifica. Basta considerar:

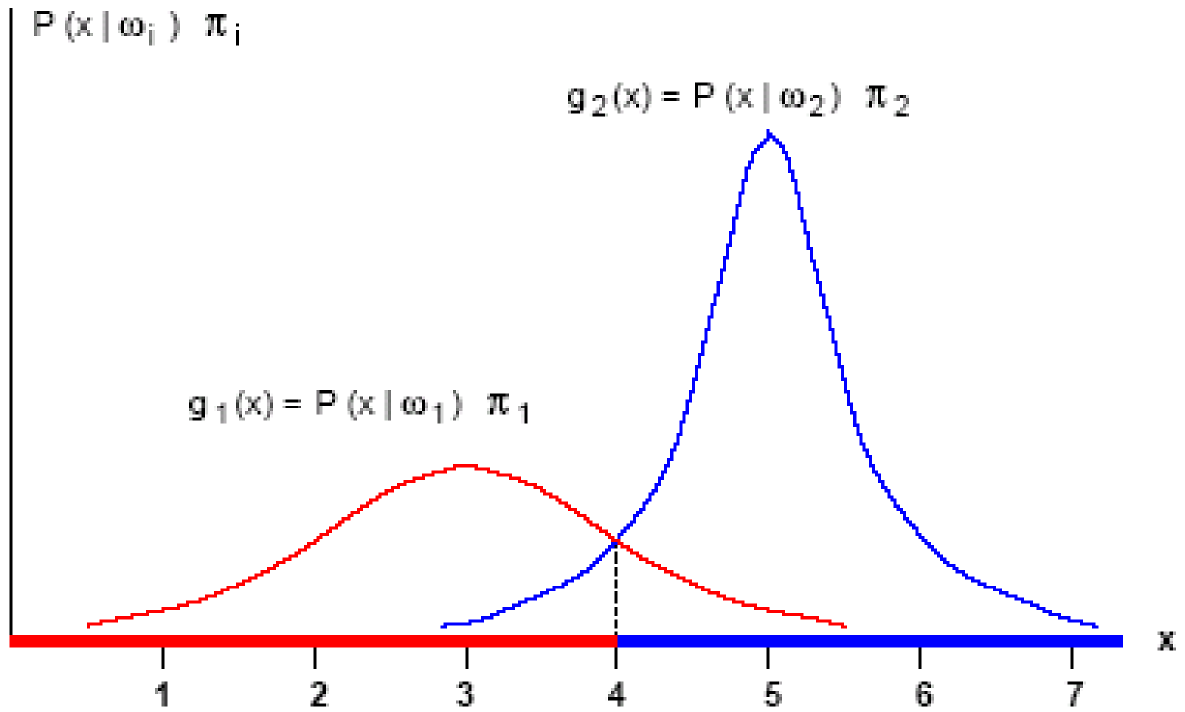
$$g(X)=g_1(X)-g_2(X)$$

Siendo la **regla de clasificación:**

Seleccionar ω_1 si $g(X) > 0$ y ω_2 si $(x)<0$

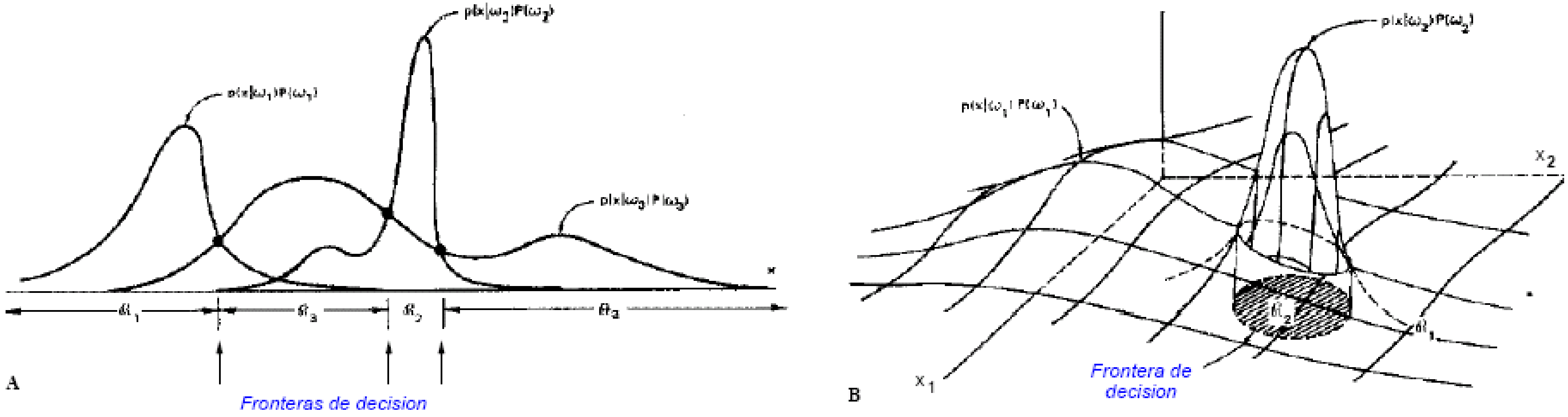
TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

FRONTERA Y REGIONES DE DECISIÓN ENTRE 2 CLASES



TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

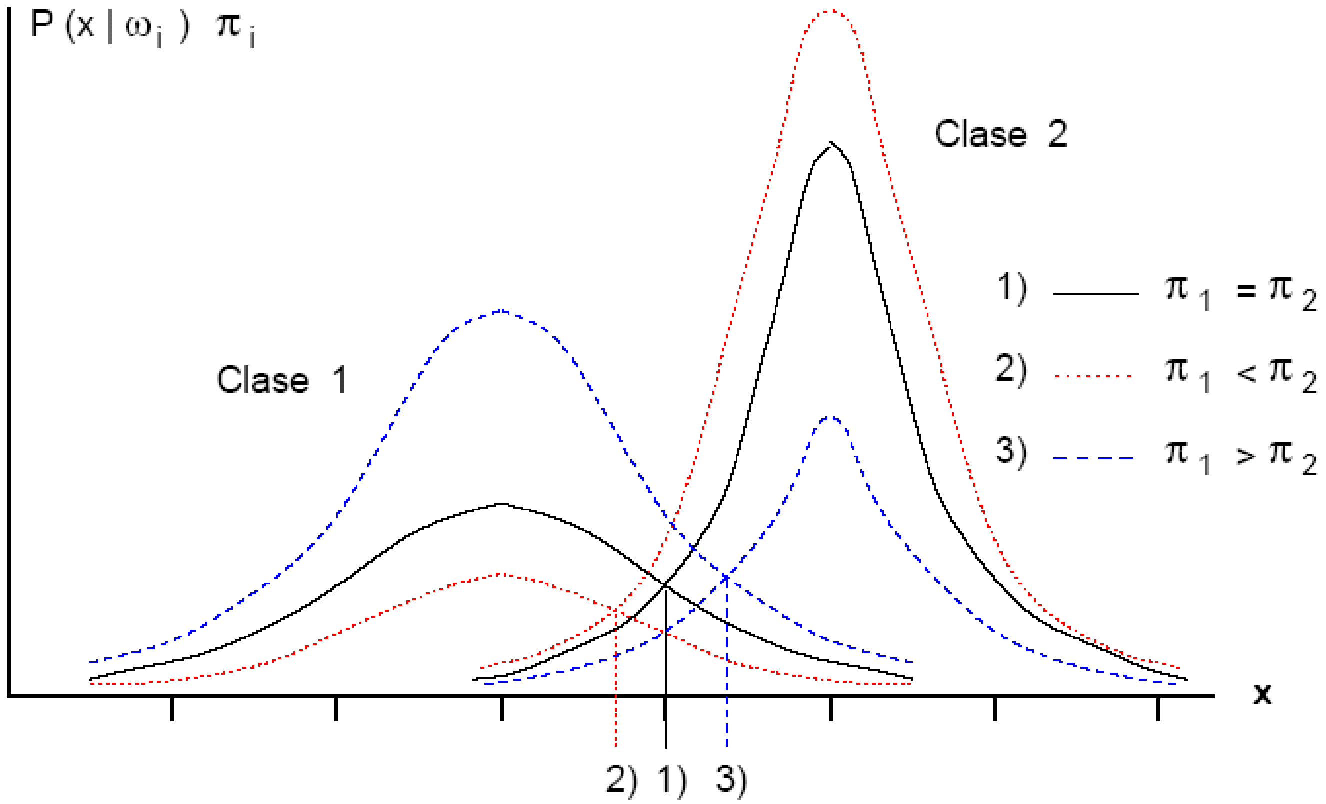
FRONTERA Y REGIONES DE DECISIÓN ENTRE 2 CLASES



TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

FRONTERA Y REGIONES DE DECISIÓN ENTRE 2 CLASES

Influencia de la Probabilidad a Priori π_i



ERROR EN LA CLASIFICACION

- Sea $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$ y patrones unidimensionales.

  Causas que pueden producir un error en la clasificación:

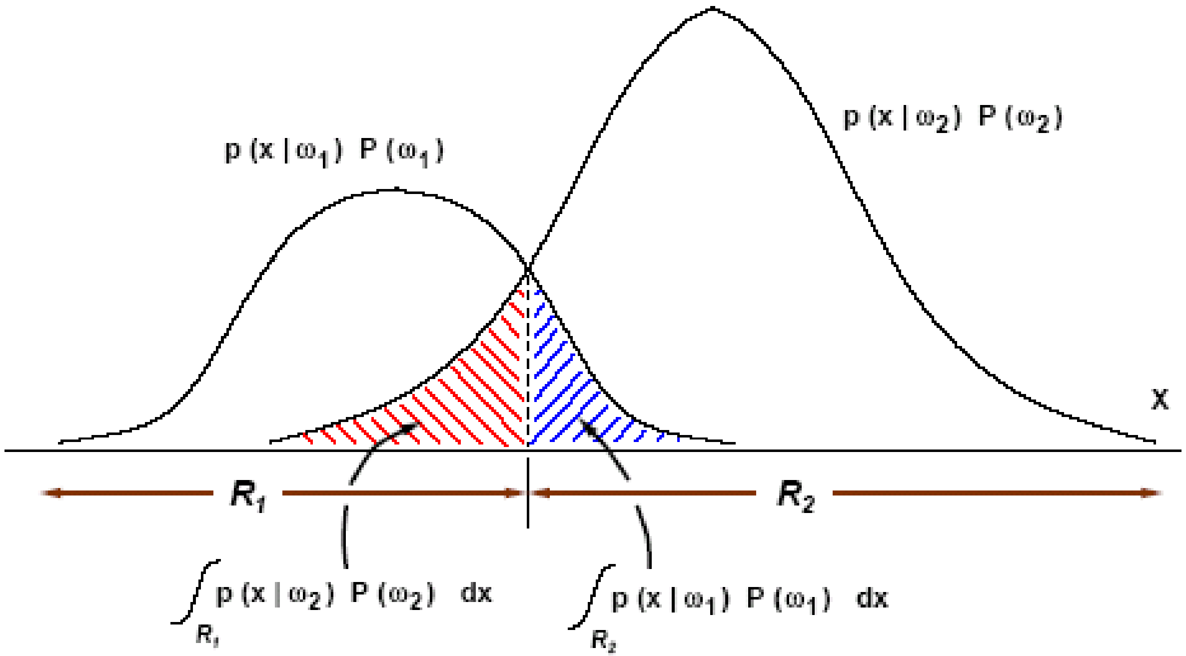
  1. x está en R_1 y su verdadera clase es ω_2.
  2. x está en R_2 y su verdadera clase es ω_1.

  (hechos mutuamente exclusivos y exhaustivos)

ERROR EN LA CLASIFICACION

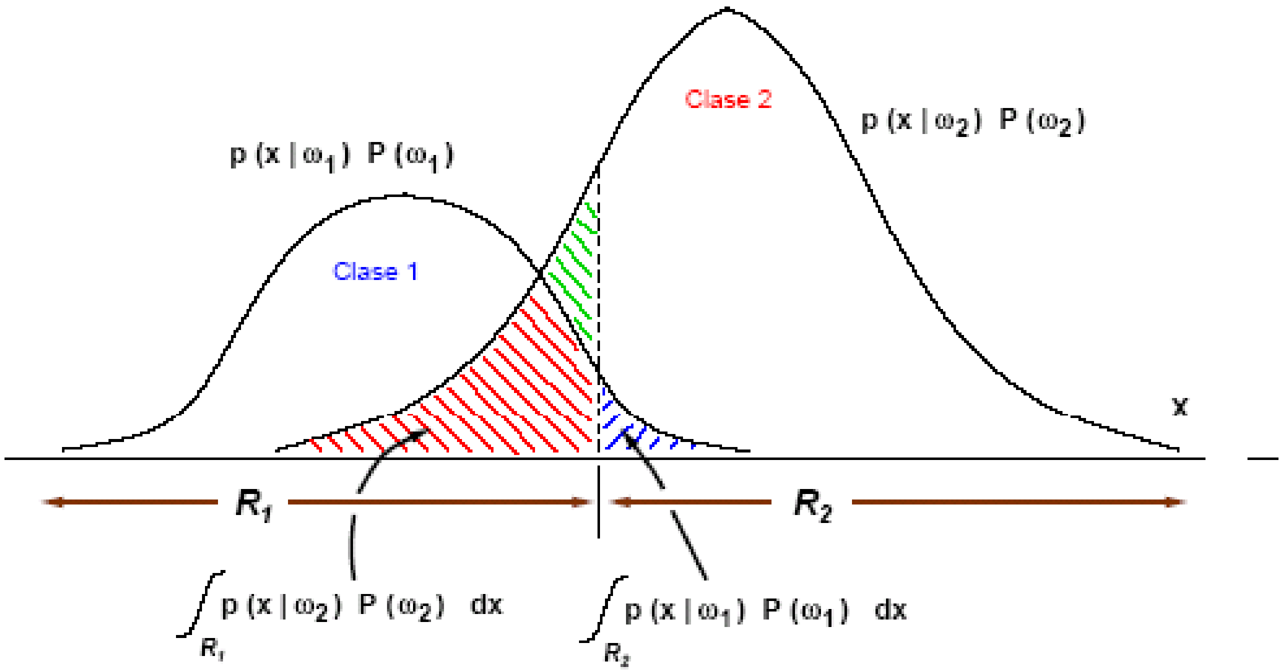
$$
\begin{aligned}
P(\text{error}) &= P(x \in R_2, \omega_1) \;+\; P(x \in R_1, \omega_2) \\
&= P(x \in R_2 | \omega_1)\pi_1 \;+\; P(x \in R_1 | \omega_2)\pi_2 \\
&= \int_{R_2} P(x|\omega_1)\pi_1 dx \;+\; \int_{R_1} P(x|\omega_2)\pi_2 dx
\end{aligned}
$$

ERROR EN LA CLASIFICACION



MÍNIMO ERROR

ERROR EN LA CLASIFICACION



EL ERROR NO ES EL MÍNIMO

TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

ESTIMACIÓN DEL ERROR Y VERIFICACIÓN DE LOS RESULTADOS

- Si $J > 2$ y patrones multidimensionales,

$$P(\text{acierto}) = \sum_{i=1}^{J} P(x \in R_i, \omega_i) = \sum_{i=1}^{J} \int_{R_i} P(x|\,\omega_i)\pi_i dx$$

El clasificador de Bayes (y ningún otro) maximiza esta probabilidad seleccionando las regiones que hacen que cada integral sea máxima.

$$P(\text{error}) = 1 - P(\text{acierto}) = 1 - \sum_{i=1}^{J} \int_{R_i} P(X|\,\omega_i)\pi_i dX$$

ESTIMACIÓN DEL ERROR Y VERIFICACIÓN DE LOS RESULTADOS

El cálculo de estas integrales es, desafortunadamente, casi siempre **imposible**: sabemos que el clasificador de Bayes el el óptimo pero no podemos determinar con exactitud cuál es su bondad.

Solución: se usan **estimadores**.

TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

ESTIMACIÓN DEL ERROR Y VERIFICACIÓN DE LOS RESULTADOS

- Bases para la estimación:

  1. Existencia de un conjunto de entrenamiento, T, compuesto por N prototipos de J clases.

  2. Este conjunto se utilizará para *construir* y *evaluar* el clasificador.

  3. Cálculo de la proporción de prototipos incorrectamente etiquetados por el clasificador.

     Una vez construido el clasificador d y dado un prototipo (X_i, c_i),

$$\Delta(X_i, c_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } \; d(X_i) \neq c_i \; \text{ (error)} \\ 0 & \text{si } \; d(X_i) = c_i \; \text{ (acierto)} \end{cases}$$

- Técnicas más comunes de estimación:

  1. Estimación por resustitución.
  2. Estimación mediante un conjunto de prueba.
  3. Estimación por validación cruzada.

ESTIMACIÓN POR RESUSTITUCIÓN

- **Procedimiento**:

  1. A partir de T se construye el clasificador d utilizando los N prototipos.

  2. Se clasifican todos los patrones de T utilizando d y la proporción de patrones incorrectamente clasificados proporciona el estimador de error por resustitución.

- El ***estimador por resustitución***, $R(d)$, se calcula

$$R(d) \;=\; \frac{1}{N} \sum_{(X_i, c_i) \in T} \Delta(X_i, c_i)$$

TEORIA DE LA DECISION DE BAYES

ESTIMACIÓN POR RESUSTITUCIÓN

- **Problema**: $R(d)$ se calcula usando el mismo conjunto de prototipos que se usa para construir el clasificador por lo que proporciona un **estimador sesgado optimista** de la bondad de d.

ESTIMACIÓN POR CONJUNTO DE PRUEBA O TEST

- **Procedimiento**:

1. Dividir el conjunto inicial de prototipos, T, en dos conjuntos independientes T^l y T^t de forma que:
   (a) T^l es el ***conjunto de aprendizaje*** y se usa únicamente para construir d.
   (b) T^t constituyn el ***conjunto de prueba*** y se usa únicamente para estimar el error.

   ¿Cómo? Realizando una partición de T seleccionando los prototipos aleatoriamente, de forma que:
   (a) $T^l \cup T^t = T$ y $T^l \cap T^t = \emptyset$
   (b) $|T^t| = \frac{1}{3}\ |T|$ y $|T^l| = \frac{2}{3}\ |T|$

2. A partir de T^l se construye el clasificador d.

3. Se clasifican todos los patrones de T^t utilizando d y la proporción de patrones incorrectamente clasificados proporciona el estimador de error por resustitución.

ESTIMACIÓN POR CONJUNTO DE PRUEBA O TEST

- ***Estimador mediante conjunto de prueba***, $R^{ts}(d)$:

$$R^{ts}(d) \;=\; \frac{1}{|T^t|} \sum_{(X_i,c_i)\in T^t} \Delta(X_i, c_i)$$

- **Problema**: Se reduce el tamaño efectivo del conjunto de apendizaje a $2/3$ de su tamaño inicial.

  Para conjuntos poco numerosos la construcción de un clasificador consistente puede estar realmente comprometida.

ESTIMACIÓN POR VALIDACIÓN CRUZADA

- Adecuado cuando N es pequeño.
- Tipos de estimadores:
  1. Estimador por validación cruzada con V conjuntos
  2. Estimador "que deja uno fuera" (*leave-one-out*).

ESTIMACIÓN POR VALIDACIÓN CRUZADA

- **Procedimiento**:

  1. Dividir T (aleatoriamente) en V conjuntos disjuntos $T_1, T_2, \dots T_V$ de un tamaño similar ($\approx |T|/V$).

  2. Para todo v, $v = 1, 2, \dots, V$, construir un clasificador, d_v, usando $T - T_v$ como conjunto de aprendizaje.

     Estimador mediante conjunto de prueba, $R^{ts}(d_v)$:

     $$R^{ts}(d_v) = \frac{1}{|T_v|} \sum_{(X_i, c_i) \in T_v} \Delta(X_i, c_i) \qquad (10)$$

     Al finalizar este paso obtenemos V clasificadores, d_v, con estimaciones de error $R^{ts}(d_v)$.

  3. Usando el mismo procedimiento, construir el clasificador d usando todos los prototipos de T.

- Como cada d_v se construye con $T - T_v$, si V es grande, $|T - T_v| = N(1 - \frac{1}{V}) \approx |T|$.

  Suposición básica: Este procedimiento es "estable" (todos los clasificadores d_v tienen una tasa de error *aproximadamente igual* a la del clasificador d).

ESTIMACIÓN POR VALIDACIÓN CRUZADA

$$R^{cv}(d) \;=\; \frac{1}{V}\;\sum_{v=1}^{V} R^{ts}(d_v) \tag{11}$$

- Cuando $V = N$, el estimador por validación cruzada con N conjuntos se conoce como el *estimador "que deja uno fuera"* (del inglés ***leave-one-out***).
  - Para cada n, $n = 1, 2, \ldots, N$ el n-ésimo prototipo es descartado y el clasificador se construye utilizando los restantes $N - 1$ prototipos.
  - Entonces, el prototipo descartado se usa para prueba y se estima el error mediante la ecuación 11.
  - **Problema**.

    Requiere un gran esfuerzo computacional: todos los prototipos de T se usan para construir d, y cada uno de ellos se usa exactamente una vez para prueba.

VERIFICACIÓN DE RESULTADOS

Matriz de confusión o Matriz de contingencia

- Presentación y análisis del resultado de una clasificación
- Matriz cuadrada de orden JxJ que tiene anexas filas y columnas auxiliares para contabilizar totales y otras métricas

VERIFICACIÓN DE RESULTADOS

EJEMPLO DE MATRIZ DE CONFUSIÓN con 5 clases

	1	2	3	4	5	Total	Exito	Error
1	14					14	100.0	0.0
2		10				10	100.0	0.0
3			113		3	116	97.4	2.6
4			1	6	1	8	75.0	25.0
5			10		11	21	52.3	47.7
Total	14	10	124	6	15	*169*	*84.94*	*15.06*

- En las filas se representan las clases *reales* mientras que en las columnas se representan las clases *asignadas*.

VERIFICACIÓN DE RESULTADOS

- Métodos de estimación independientes de esta presentación puede usarse cualquiera.

- A partir de estos valores pueden deducirse otros valores *indicativos* de la calidad de la clasificación. Por ejemplo, ***bondad media de la clasificación***:

$$\text{Bondad media} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^{J} \text{Exito}(j)$$

En este caso, Bondad media = 84.94%.

VERIFICACIÓN DE RESULTADOS

- **Valoración subjetiva**: No hay que descartarla nunca, sobre todo en la valoración de clasificaciones sobre imágenes digitales.

1.Estructura de los sistemas de reconocimiento de patrones

EJEMPLO DETALLADO

DE UN

SISTEMA DE RECONOCIMIENTO DE PATRONES

EJEMPLO

SISTEMA DE RECONOCIMIENTO DE PATRONES PARA LA CONCESION O NO DE UN PRÉSTAMO BANCARIO

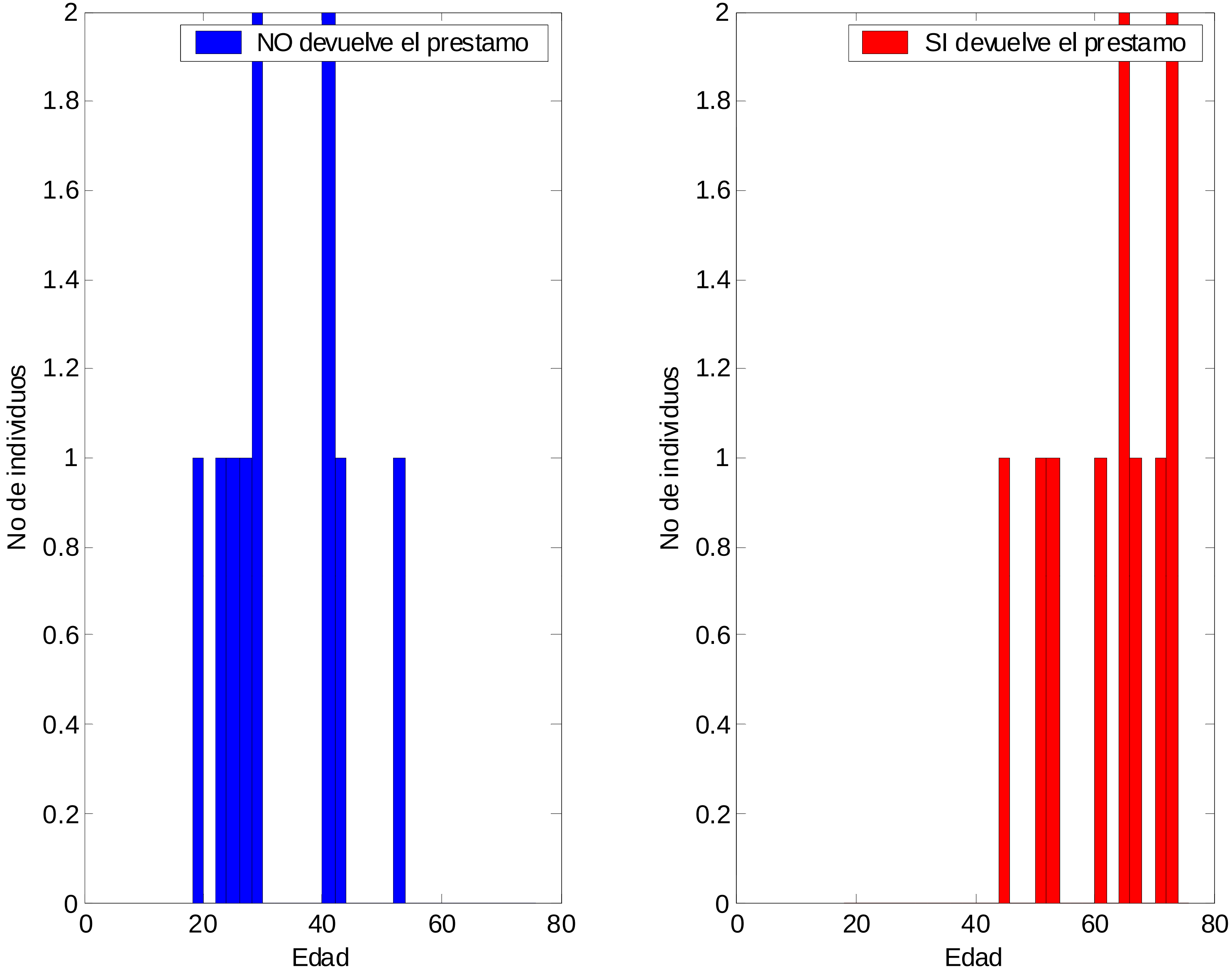
Variables disponibles:	**Clases:**
•*Edad*	•*Sí lo va a devolver (BUEN PAGADOR)*
•*Salario mensual*	•*No lo va a devolver (MOROSO)*

Se disponen de 20 ejemplos, 10 por cada clase

EJEMPLO

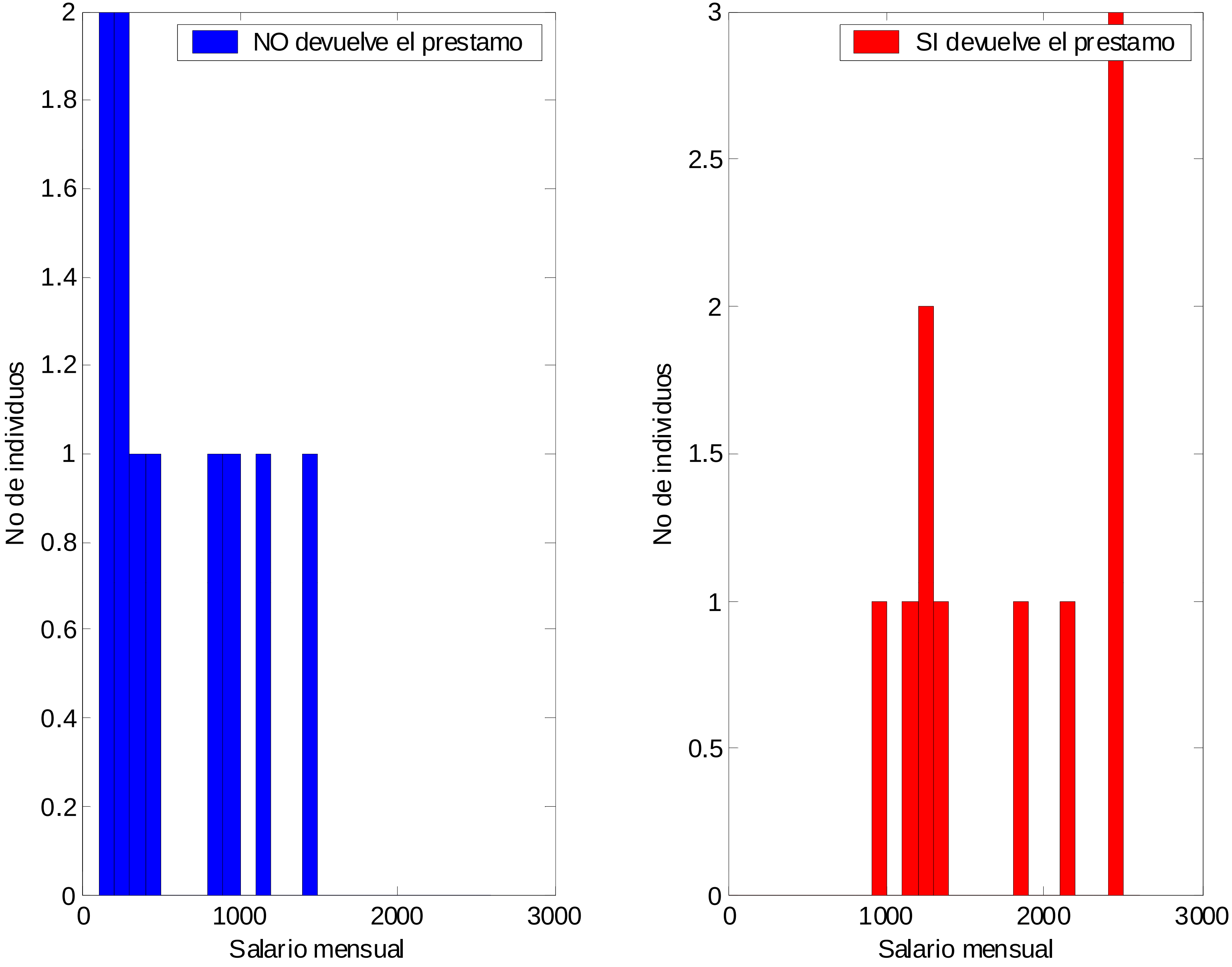
edad	salario	clase
25	106	MOROSO
41	195	MOROSO
19	259	MOROSO
26	1424	MOROSO
41	212	MOROSO
29	964	MOROSO
28	420	MOROSO
43	344	MOROSO
52	1113	MOROSO
22	857	MOROSO
72	2431	PAGADOR
51	1244	PAGADOR
64	2150	PAGADOR
72	1895	PAGADOR
60	1191	PAGADOR
70	986	PAGADOR
66	1388	PAGADOR
52	2454	PAGADOR
65	2422	PAGADOR
45	1293	PAGADOR

EJEMPLO



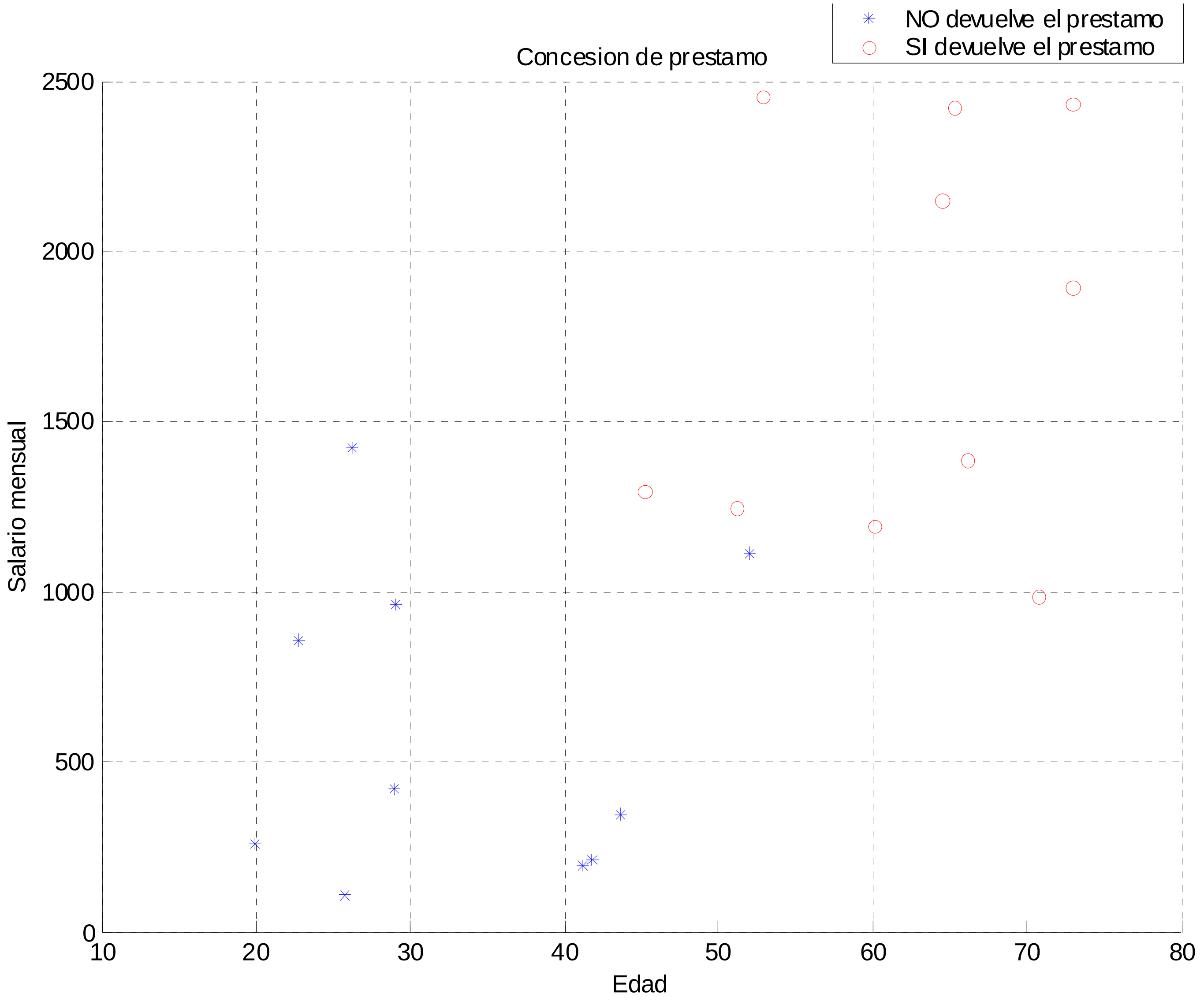
NO devuelve el prestamo
SI devuelve el prestamo
No de individuos
Edad
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2
0
20
40
60
80

EJEMPLO



NO devuelve el prestamo
No de individuos
Salario mensual
SI devuelve el prestamo
No de individuos
Salario mensual

EJEMPLO


NO devuelve el prestamo
SI devuelve el prestamo
Concesion de prestamo
2500
2000
1500
1000
500
0
Salario mensual
10
20
30
40
50
60
70
80
Edad

EJEMPLO

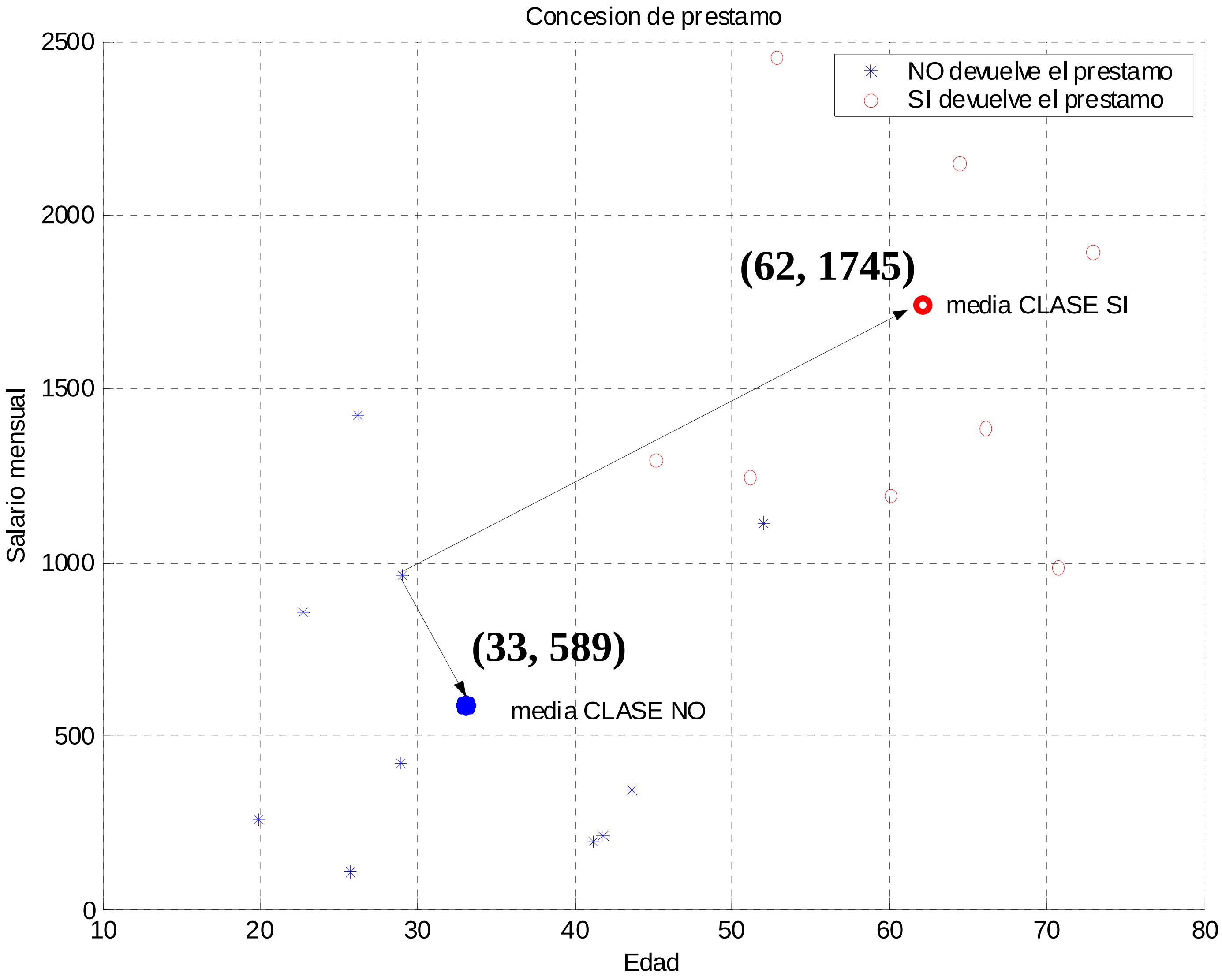
Probabilidad a priori: 0.5 para las 2 clases

No se conocen las densidades de probabilidad de los atributos de cada clase, luego no utilizamos la regla de Bayes

Clasificador utilizado:

DISTANCIA EUCLIDEA A LA MEDIA DE CADA CLASE

EJEMPLO



Concesion de prestamo
NO devuelve el prestamo
SI devuelve el prestamo
(62, 1745)
media CLASE SI
(33, 589)
media CLASE NO
Salario mensual
Edad
2500
2000
1500
1000
500
0
10
20
30
40
50
60
70
80

EJEMPLO

edad	salario	clase	distancia a la media de la clase 1	distancia a la media de la clase 2	resultado clasificador
25	106	MOROSO	483	1639	MOROSO
41	195	MOROSO	394	1550	MOROSO
19	259	MOROSO	330	1486	MOROSO
26	1424	MOROSO	834	323	PAGADOR
41	212	MOROSO	377	1533	MOROSO
29	964	MOROSO	374	782	MOROSO
28	420	MOROSO	169	1325	MOROSO
43	344	MOROSO	245	1401	MOROSO
52	1113	MOROSO	524	632	MOROSO
22	857	MOROSO	268	888	MOROSO
72	2431	PAGADOR	1842	685	PAGADOR
51	1244	PAGADOR	654	501	PAGADOR
64	2150	PAGADOR	1560	404	PAGADOR
72	1895	PAGADOR	1306	150	PAGADOR
60	1191	PAGADOR	601	554	PAGADOR
70	986	PAGADOR	397	759	MOROSO
66	1388	PAGADOR	799	357	PAGADOR
52	2454	PAGADOR	1864	708	PAGADOR
65	2422	PAGADOR	1832	676	PAGADOR
45	1293	PAGADOR	703	452	PAGADOR

EJEMPLO

MATRIZ DE CONFUSIÓN

Clases	1	2	Total	Éxito	Error
1	**9**	**1**	10	90%	10%
2	**1**	**9**	10	90%	10%
Total	10	10	20	**90%**	**10%**

BONDAD MEDIA