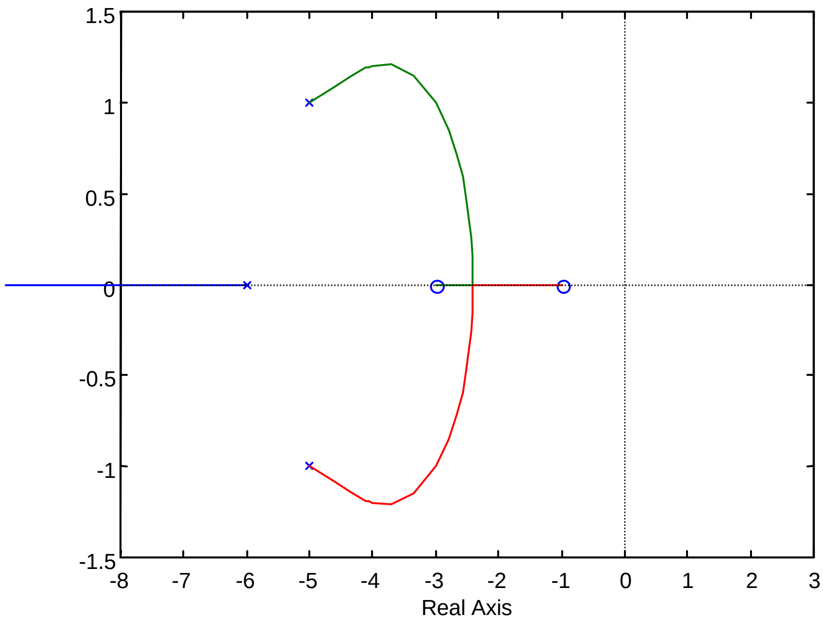
SISTEMAS DE CONTROL
RESULTADOS

5. El método del lugar de las raíces permite representar esta evolución de los polos.

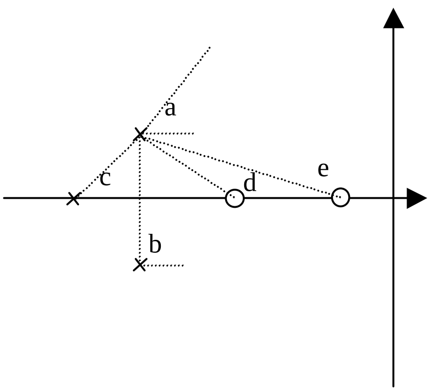
$$G(s)H(s) = \frac{s+3}{s^2+10s+26} \cdot \frac{s+1}{s+6} = \frac{(s+3)(s+1)}{(s+6)(s+5+j)(s+5-j)}$$

Con lo que la función de transferencia en bucle abierto tiene dos ceros y 3 polos (dos de ellos complejos conjugados). Aplicando las reglas del lugar de las raíces se obtiene el diagrama siguiente:



Donde las características principales son:

- Una asíntota (Hay tres polos y dos ceros en la función de transferencia en bucle abierto)
- Ángulo de salida de los polos complejos:



Es decir se tiene la relación:

$$a + b + c - d - e = 180^{o}$$

$$a + 90 + \mathrm{arctg}\frac{1}{1} - (180 - \mathrm{arctg}\frac{1}{2}) - (180 - \mathrm{arctg}\frac{1}{4}) = 180^{0}$$

de donde se obtiene que el ángulo de salida de los polos complejos conjugados es de 4.4º

- Puntos de confluencia de ramas:

$$\sum \frac{1}{\sigma + p_i} = \sum \frac{1}{\sigma + z_i}$$

de donde se obtiene un punto de confluencia aproximado de s=-2.4 que nos dan en el enunciado.

a. El sistema comienza a sobreoscilar desde el momento en que aparecen polos complejos conjugados. Esta situación se da en el punto de dispersión de las ramas del lugar. En este punto se puede calcular el valor de la ganancia del sistema.

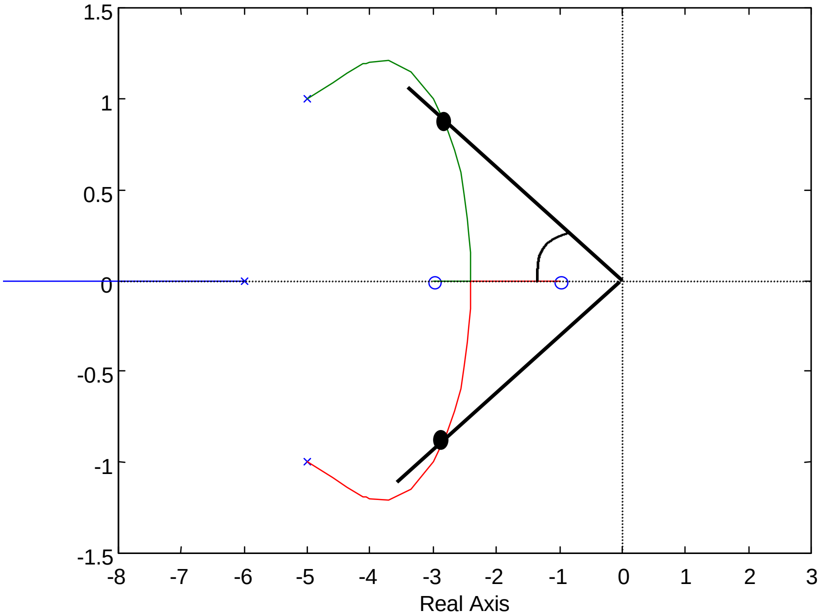
$$K = \frac{\sum |s + p_i|}{\sum |s + z_i|}$$

que sustituyendo para s=2.4 (punto de dispersión de las ramas), se obtiene un valor de K=33.25

b. Para una sobreoscilación determinada, los polos dominantes han de encontrarse en la recta con ángulo:

$$M_p = e^{-\pi/\mathrm{tang}\theta}$$

de donde se obtiene un valor del ángulo.
Por lo tanto los polos complejos conjugados han de encontrarse sobre esta recta indicada en la figura siguiente.



Para calcular la posición de estos polos se procede por tanteo observando cómo es el lugar de las raíces. Se elige un valor para la parte real de estos dos polos complejos conjugados (aprox. –3); se calcula el valor K por el criterio del módulo para estos polos complejos conjugados; se resuelve la ecuación característica que nos permite determinar los dos polos complejos conjugados; se comprueba si estos polos se encuentran sobre la recta. Si no es así se repite de nuevo el proceso.

c. Con el nuevo bloque de realimentación es necesario realizar un contorno de las raíces. La ecuación característica es:

$$1+G(s)H(s)=1+\frac{s+3}{s^2+10s+6}\cdot(1+Ts)$$

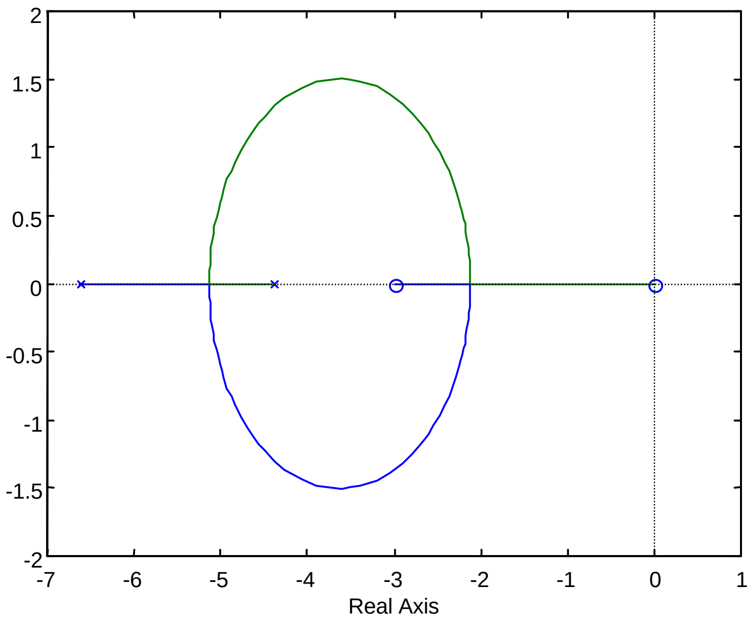
Realizando unas sencillas operaciones se llega a:

$$1+T\frac{s(s+3)}{s^2+11s+29}=0$$

con lo que ya se puede aplicar las reglas del lugar de las raíces para un sistema del tipo:

$$\frac{}{D(s)}=\frac{s(s}{s^2+11s+}$$

obteniendo el diagrama de evolución de los polos representado en la siguiente figura:



6. De acuerdo con los datos, G(s) será un sistema de segundo orden como el siguiente:

$$G(s) = \frac{K}{s \cdot (s+4)}$$

El valor de K se obtiene considerando el error de velocidad que se ofrece como dato:

$$_{v} \qquad \lim_{s \to 0} \left(\qquad \right) \qquad s \qquad\qquad K = \frac{\ }{e_v}$$

Por lo tanto los sistemas que se piden son:

$$G(s) = \frac{32}{s \cdot (s+4)} \qquad\qquad M(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{32}{s^2 + 4s + 32}$$

En régimen transitorio la salida sobreoscilará debido a que M(s) tiene 2 polos complejos conjugados.
En régimen permanente la salida se estabiliza alcanzando el valor de equilibrio.